INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA

CENTRO DE ESTUDOS DE ECONOMIA INTERNACIONAL-CEDEP

DOCUMENTO DE TRABALHO Nº 1- **O modelo de base de Heckscher-Olhin e os principais teoremas***

Horácio Crespo Faustino**

Fevereiro de 1989

* Este texto corresponde, no essencial, ao primeiro dos sete cadernos que fiz para os alunos da disciplina de Teoria do Comércio Internacional do 8º Curso de Mestrado em Economia. Algumas partes foram melhoradas em resultado das aulas e das críticas e sugestões de vários colegas e amigos - Eng. Mário Graça, Dra Esmeralda Dias, Dr João Dias e Dr João Carlos Lopes - aos quais agradeço.

** Assistente do Instituto Superior de Economia e Director Executivo do CEDEP.

O modelo de Heckscher-Ohlin e os teoremas com ele relacionados: o teorema de Heckscher-Ohlin, o teorema de Rybczynski, o teorema de Stolper-Samuelson e o teorema de igualização dos preços dos factores

Como referem Jones e Neary (1984, p.4) apesar da teoria do comercio internacional ser uma teoria do equilibrio geral ela comporta em si vários modelos que se distinguem essencialmente pela especificação do modelo de produção, ou seja, pela situação da estrutura produtiva dos parceiros comerciais em autarcia que determina os preços relativos autárcicos.

Em Ricardo o modelo considera só um factor e funções de produção diferentes para o mesmo bem nos dois paises. É a diferença nas funções de produção - diferença na produtividade do trabalho - que está na origem da diferença dos preços relativos em autarcia e do comércio. No modelo Ricardiano o factor trabalho é igualmente eficiente na produção dos dois bens e qualquer que seja o nível de produção: a taxa marginal de transformação é constante, os custos de produção são independentes do nível de produção e as técnicas de produção independentes dos preços do factor trabalho (ou dos preços dos factores se consideramos que estes se podem exprimir em horas de trabalho-equivalentes).

O modelo de Heckscher-Ohlin considera dois factores de produção e funções de produção iguais para o mesmo bem nos dois paises. A diferença nos preços relativos em autarcia é atribuida às diferenças nas dotações relativas de factores dos paises e nas proporções com que os dois bens utilizam os factores.O modelo de Heckscher-Ohlin considera também custos de oportunidade crescentes o que se traduz por uma curva de possibilidades de produção côncava em relação à origem, contrariamente à do modelo de Ricardo representada por uma recta.

1- O modelo de produção simples: Hipóteses

H_1 - Produzem-se duas mercadorias, 1 e 2, com a ajuda de dois factores primários e homogéneos, Capital (K) e Trabalho (L);

H_2 -As funções de produção do género $Q_i = F(K_i, L_i)$ com $i = 1,2$ são funções homogéneas de grau um - rendimentos constantes à escala - infinitamente diferenciáveis,logo contínuas;

H_3 -A classificação dos dois bens segundo a sua intensidade factorial é inequívoca para todos os preços relativos dos factores, ou seja, não há reversibilidade das intensidades factoriais;

H_4 -Há mobilidade dos factores entre os sectores do país, mas imobilidade entre os países. Os preços dos factores são flexíveis, o que assegura o seu pleno emprego;

H5 - A oferta dos factores é limitada, logo independente dos seus preços;

H6 - Os países têm dotações relativas de factores diferentes;

H7 -Os conhecimentos tecnológicos estão igualmente disponíveis para todos os países e sem custo. Assim, a função de produção é a mesma nos dois países para o mesmo produto;

H8-Os bens movimentam-se internacionalmente de uma forma livre, sem custos de transporte nem barreiras alfandegárias ou outros impedimentos ao comércio livre;

H9-Há concorrência perfeita tanto no mercado dos bens como dos factores produtivos;

H10-Cada consumidor tenta maximizar uma função de utilidade idêntica e homotética,ou seja a elasticidade rendimento da procura é unitária para cada bem nos dois países.

Há *duas definições de abundância relativa de factores*:<u>a económica ou de Olhin e a física ou de Leontief</u>. Na definição económica,em termos dos preços dos factores,o país A será abundante em trabalho relativamente ao país B se o trabalho for relativamente mais barato em A. Assim temos $(w/r)A < (w/r)B$, em que w e r são as remunerações dos factores Trabalho e Capital. Na definição física o país A é abundante em trabalho relativamente a B se $(K/L)A < K/L)B$, em que K e L são as dotações em Capital e Trabalho . As duas definições só coincidem sob certas condições (Cf.,Chacholiades, 1978, p. 271).

Equações do modelo. Consideremos, seguindo Jones (1965), que a tecnologia da economia é representada pela seguinte matriz dos coeficientes técnicos:

$$A=\begin{bmatrix} a_{L1} & a_{L2} \\ a_{K1} & a_{K2} \end{bmatrix}$$

onde a_{ij} representa a quantidade do factor i necessário à produção de uma unidade do bem j, com i = K,L e j = 1, 2. As colunas da matriz dão-nos a tecnologia para cada bem.

Considerando a hipótese de pleno emprego dos factores, temos:

$$a_{L1}Q_1 + a_{L2}Q_2 = L \qquad (1)$$

$$a_{K1}Q_1 + a_{K2}Q_2 = K \qquad (2)$$

Em equilíbrio de concorrência perfeita o preço de cada bem é igual ao seu custo marginal, o qual é igual ao custo médio sob a hipótese de rendimentos constantes à escala. Assim temos:

$$wa_{L1} + ra_{K1} = P_1 \qquad (3)$$

$$wa_{L2} + ra_{K2} = P_2 \qquad (4)$$

Temos, como iremos ver, uma relação dual entre a oferta de factores e a produção, por um lado (as duas primeiras equações) e os preços dos bens e dos factores, por outro (as duas últimas equações) [1]

2 -O teorema de Heckscher-Olhin e o teorema de Rybczynski

Na base das hipóteses apresentadas no ponto 1, **o teorema de HO** estabelece uma tripla relação entre comércio, proporção de factores e dotação de factores: cada país exporta o bem na produção do qual utiliza intensivamente o factor relativamente abundante (o bem onde detém vantagem comparativa). Quanto ao **teorema de Rybczynski** ele diz-nos que ,sob a hipótese dos preços dos bens se manterem constantes, o aumento da oferta de um factor conduz ao aumento da produção do bem que utiliza intensivamente esse factor à custa da diminuição da produção do outro bem que utiliza esse factor de forma menos intensiva. O teorema de Rybczynski é essencial à verificação do teorema de HO,quando se utiliza a definição física de abundância relativa de factores, como iremos ver.

Resolvendo o sistema formado pelas equações (1) e (2) pela regra de Cramer obtemos:

$\mathbf{Q_1=L(\kappa_2-\kappa)/[a_{L,1}(\kappa_2-\kappa_1)]}$, $\mathbf{Q_2=L(\kappa-\kappa_1)/[a_{L2}(\kappa_2-\kappa_1)]}$, com

$\kappa_1 = a_K / a_{L1}$, $\kappa_2 = a_{K2}/a_{L2}$, $\kappa = K/L$ e $|A| = a_{L1}a_{L2}(\kappa_2 - \kappa_1)$.

Em termos matriciais temos:

$$AQ = E \quad (5)$$

e $$Q = A^{-1}E \quad (6)$$

em que Q é o vector das produções e E o vector da oferta de factores. Note-se que para termos (6) é necessário que A seja invertivel, isto é, que $|A| \neq 0$ o que implica $\kappa_2 \neq \kappa_1$ (o que está assegurado pela hipótese dos dois bens serem classificados inequivocamente segundo a sua intensidade factorial e independentemente dos preços relativos dos factores:ausência do fenómeno de reversibilidade das técnicas).

Se dividirmos Q_1 por Q_2 e derivarmos em ordem a κ obtemos:

$$d(Q_1/Q_2)/d\kappa = a_{L2}a_{L1}(\kappa_1 - \kappa_2)/[\,a_{L1}(\kappa - \kappa_1)]^2 \quad (7)$$

que será (>0) se $\kappa_1 > \kappa_2$. A interpretação de (7) é a seguinte: consideremos que dois paises A e B têm a mesma dotação relativa de factores e os mesmos preços relativos dos bens em autarcia. Neste caso não haveria comércio segundo o teorema de **HO.** Suponhamos agora que há um aumento de K no país A e que L se manteve constante. Como no país B não houve alteração na dotação relativa de factores, o pais A tornou-se abundante em capital relativamente a B. Se, por hipótese, *os preços relativos dos bens se mantiverem constantes*-- manter-se-ão também constantes os preços relativos dos factores e as técnicas de produção **(2)**- os produtores de A aumentarão a produção do bem capital-intensivo,Q_1, à custa da diminuição do bem trabalho-intensivo, Q_2. Ou seja, como,por hipótese, a oferta de factores é limitada, *a expansão duma indústria (intensiva na utilização do factor que aumentou exogenamente) é feita à custa da diminuição da outra(não intensiva nesse factor)*: é a essência do **teorema de Rybczynski.**(Na secção 3 veremos que a variação na produção é mais que proporcional à variação na dotação de factores) No país B manter-se-á a mesma relação Q_1/Q_2. Assim (7) diz-nos que: considerando os preços dos bens constantes e iguais nos dois paises, *o país abundante em capital terá um rácio entre o bem capital-intensivo e o bem trabalho-intensivo(Q_1/Q_2) superior ao do país abundante em trabalho.*

A abertura ao comércio desenvolve-se da seguinte forma: como os preços relativos dos bens se mantêm constantes e como por hipótese as preferências são idênticas e homotéticas dentro de cada país, não haverá alteração no nível da procura o que provocará excesso de oferta de Q_1 e excesso de procura de Q_2 no país A. Para o reequilibrio autárcico em A P_1/P_2 deve diminuir neste país. Como no país B não houve alteração na dotação relativa de factores, mantêm-se os preços relativos. Logo $(P_1/P_2)A < (P_1/P_2)B$ e estão criadas as condições para o comércio. Se os dois países decidirem entrar em comércio *cada país exportará o bem que utiliza intensivamente na sua produção o factor relativamente abundante no país.* É o **teorema de HO.**

<u>Expressemos, ainda, de outra forma a relação entre os dois teoremas.</u>

Devido à hipótese de preferências idênticas e homotéticas e de preços dos produtos idênticos nos dois países, assume-se que cada país consome a mesma proporção, s , de todos os bens.

$$C = sQ_w \qquad (8)$$

em que C é o vector do consumo do país (considere-se o país A e que s se refere,também, ao país A) e $Q_W = Q_A + Q_B$. Q_A e Q_B são os vectores dos bens produzidos em A e B respectivamente e Q_w o vector da produção mundial.

- Se designarmos por T o vector das exportações liquidas e sefizermos,

$$T = Q - C \qquad (9)$$

ou seja, a produção só tem dois destinos: a exportação e o consumo.
Se considerarmos que ,por hipótese, as funções de produção são idênticas nos dois países temos ,tendo em conta (6):

$$Q_w = A^{-1}E_W \quad \text{e,} \qquad (10)$$

$$T = A^{-1}E - sA^{-1}E_W$$
$$T = A^{-1}(E - sE_W) \qquad (11)$$

Em que $E-sE_W$ representa o vector do excesso de oferta de factores (terá o sinal (+) se for excesso de oferta e o sinal (-) se for excesso de procura).

Há assim uma relação entre o excesso de oferta de bens, expressa em (9), e o excesso de oferta de factores, expressa em (11): os bens são o envólucro dos factores e daí a justificação da versão "factor content" do teorema de HO feita por Vanek **(3)** .

O que falta agora demonstrar é: (i) que o país abundante em capital tem excesso de procura de trabalho e excesso de oferta de capital, ou seja que o vector $E-sE_w$ tem os sinais (-,+); (ii) que o país abundante em capital importa o bem trabalho-intensivo e exporta o bem capital-intensivo, ou seja, que o vector T tem os sinais (-,+).

Primeiro passo:

Se $K_j/L_j > K_w/L_w$, com $K_w = K_A+K_B$, $L_w = L_A+L_B$,

o país i (com i=A,B) é abundante em capital relativamente ao outro país.

Como ,

$$E-sE_W = \begin{bmatrix} L-sL_W \\ \\ K-sK_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_W[(L/L_W)-s] \\ \\ K_W[(K/K_W)-s] \end{bmatrix} \qquad (12)$$

temos de demonstrar que $K/K_W > s > L/L_W$, pois assim teremos os sinais do vector $E-sE_W$ (-,+) e $K/K_W > L/L_W$, ou seja, $K/L > K_W/L_W$.

Para calcular s, calculamos o valor das exportações líquidas multiplicando o vector T pelo vector dos preços dos bens, P, ou seja:

$$B = P'\,T$$

$$= P'A^{-1}\ (E-sEw)$$

$$= (P'A^{-1}E) - (sP'A^{-1}E_W)\ ,\ \text{logo}$$

$$s = (P'A^{-1}E-B)\ /\ (P'A^{-1}E_W) \qquad (13)$$

ou, fazendo $Y= P'A^{-1}E$ e $Y_W = P'A^{-1}E_W$

$$s = (Y-B) / Y_W \qquad (13')$$

como o comércio está equilibrado $B = 0$ e

$$s = Y / Y_W \qquad (14)$$

Como o valor do produto é igual ao rendimento nacional e como, por hipótese, há igualização dos preços dos factores pelo comércio internacional(o vector W dos preços dos factores é igual para os dois paises), temos:

$$s = Y/Y_W = WE/WE_W = (W_L L + W_K K) / (W_L L_W + W_K K_W) = \qquad (15)$$
$$= [W_L L_W(L/L_W) + W_K K_W(K/K_W)] / (W_L Lw + W_K Kw)$$

ou seja, s é uma média ponderada de L/Lw e K/Kw em que os ponderadores são

$$\beta = (W_L L_w) / (W_L L_w + W_K K_w) \quad e \quad 1-\beta = (W_K K_w) / (W_L L_w + W_K K_w)$$

Assim temos:

$$s = \beta(L/L_w) + (1-\beta)(K/K_w) \qquad (16)$$

Como os ponderadores são maiores que zero mas menores quer um , s está compreendido entre L/L_w e K/K_w. Assim em (12) quando $(K/Kw) > s$ temos $(L/Lw) < s$, ou seja, $(K/Kw) > s > (L/Lw)$, como queríamos demonstrar.**(4)**

Segundo passo:

É mostrar que o vector T tem , também, os sinais (-,+), ou seja, que o produto da inversa de A pelo vector (E-sEw) não altera os sinais deste. Para que tal se verifique é suficiente que a matriz A^{-1} seja uma matriz diagonal positiva (o que está excluido, pois, por hipótese, cada produto é produzido por mais do que um factor: a estrutura da produção é piramidal) ou então que tenha todos os elementos da diagonal principal positivos e todos os elementos fora da diagonal principal negativos.

Como:

$$T = \begin{bmatrix} (X-M)_1 \\ (X-M)_2 \end{bmatrix} = 1/|A| \begin{bmatrix} a_{K2} & -a_{L2} \\ -a_{K1} & a_{L1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L - sE_w \\ K - sK_w \end{bmatrix}$$

Para que se verifique a situação

$$\begin{bmatrix} - \\ + \end{bmatrix} = 1/|A| \begin{bmatrix} + & - \\ - & + \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - \\ + \end{bmatrix}$$

é necessário que $|A| > 0$ o que é verdade se, como vimos, o bem 2 for capital-intensivo ($\kappa_2 > \kappa_1$). Assim, o país abundante em capital exportará o bem capital-intensivo e importará o bem trabalho-intensivo.

Ficou assim demonstrado o teorema de **HO** e a importância fundamental do teorema de Rybczynski para a sua validação, quando se utiliza a definição física (ou de Leontief) de abundância relativa de factores. Por isso a afirmação de Jones e Neary (1984, p.18), " *When it is expressed in terms of a phisical definition of factor abundance, the Heckscher-Ohlin theorem is thus a simple corollary of the Rybczynski theorem, and no consideration of autarky production patterns is required.*"

Ou seja, o bem em que há excesso de oferta quando os preços dos bens são constantes (e está em excesso de oferta porque utiliza intensivamente o factor cuja dotação aumentou - *teorema de Rybczynski*) continua em excesso de oferta após ter variado o preço relativo dos bens e, por isso, é exportado (e assim o país exporta o bem intensivo na utilização do factor relativamente abundante - *teorema de HO*).

Note-se que a partir de (11) temos

$$AT = E - sE_w \qquad (11')$$

ou seja, o conteúdo de factores das exportações líquidas é igual ao excesso de oferta de factores. *A relação (11') sintetiza o modelo de Vanek na versão de Leamer (1980) e é válida para n bens e m factores, com n igual ou diferente de m.* A questão que se põe agora é: será que as componentes dos vectores AT e T têm o mesmo sinal?

$$\begin{bmatrix} a_{L1} & a_{L2} \\ a_{K1} & a_{K2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - \\ + \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \\ + \end{bmatrix} \quad ?$$

Ou seja:

$a_{L1}(X-M)_1 + a_{L2}(X-M)_2 < 0$ ou $A_l T < 0$ ou ainda $L_x - L_m < 0$ e,
$a_{K1}(X-M)_1 + a_{K2}(X-M)_2 > 0$ ou $A_l T > 0$ ou ainda $K_x - K_m > 0$

A partir de (11') e (12) temos:

$L_x - L_m < 0 \iff L/L_w < s \iff L/L_w < Y/Y_w \iff Y/L > Y_w/L_w$
$K_x - K_m > 0 \iff K/K_w > s \iff Y/K < Y_w/K_w$

ou seja,as componentes dos vectores T e AT têm o mesmo sinal - o país abundante em capital é um exportador líquido de capital e exporta o bem capital-intensivo importando o bem trabalho-intensivo do país abundante em trabalho - **se** o rendimento por unidade de capital for menor nesse país (ou se o coeficiente capital-produto, K/Y, for maior nesse país) e o rendimento por unidade de trabalho for maior nesse país que no outro país(ou resto do mundo). Ou seja: <u>o país exportador do bem capital-intensivo e exportador dos serviços do capital tem um coeficiente capital-produto e um rendimento per capita elevados relativamente ao resto do mundo.</u>

Do mesmo modo,se considerarmos que na situação de comércio equilibrado o Rendimento é igual ao consumo,um país é um importador líquido dos serviços do trabalho(e importa o bem trabalho-intensivo) e um exportador líquido dos serviços do capital (e exporta o bem capital-intensivo) se o consumo por trabalhador for maior nesse país que no resto do mundo e o consumo por unidade de capital for menor que no resto do mundo.Esta conclusão corrobora a de Brecher e Choudri (1982) que, com o o objectivo de definirem um critério de abundância factorial, demonstraram que um país é exportador (importador) líquido dos serviços de um factor se o consumo por unidade desse factor for menor (maior) nesse país do que no resto do mundo.

A coincidência das versões "factor content" - um país exporta os serviços dos factores relativamente abundantes e importa os serviços dos factores relativamente escassos nesse país - e "commodity content" - um país exporta os bens que utilizam intensivamente os factores relativamente abundantes e importa os bens que utilizam os factores relativamente escassos no país - só se verifica no modelo de base. Conforme Leamer e Bowen (1981) demonstram, com um exemplo de três bens e três factores,um país pode ser um exportador líquido dos serviços do capital e importar o bem capital-intensivo.

3. Estática comparativa e os teoremas de base do comércio international

Na estática comparativa pretende-se analisar os efeitos da alteração dos preços dos bens e da dotação de factores sobre o preço dos factores e a oferta de produtos, respectivamente. Assim além das equações (1) e (2) consideram-se, também, as equações(3) e (4).

A análise é conduzida em termos de variações percentuais - também conhecida por análise "hat-calculus" de Jones (1965) - o que permite expressar as intensidades factoriais em termos dos coeficientes de afectação dos recursos ou em termos dos coeficientes de distribuição e ver se o efeito sobre as variáveis dependentes é mais que proporcional ou não . O efeito com elasticidade superior a um é, também, conhecido como o *efeito de magnificação de Jones* Os teoremas de Stolper-Samuelson e de Rybczynski estão intimamente relàcionados com este efeito.

Sejam os coeficientes de afectação de recursos,

$$\lambda_{L1} = a_{L1}Q_1/L = L_1/L \; ; \; \lambda_{L2} = a_{L2}Q_2/L = L_2/L \; ;$$
$$\lambda_{K1} = a_{K1}Q_1/K = K_1/K \; ; \; \lambda_{K2} = a_{K2}Q_2/K = K_2/K$$

e os coeficientes de distribuição,

$$\theta_{L1} = wa_{L1}/P_1 \; ; \theta_{L2} = wa_{L2}/P_2 \; ; \theta_{K1} = ra_{K1}/P_1 \; ; \theta_{K2} = ra_{K2}/P_2$$

Análise a nível da afectação dos recursos

Por hipótese, os preços dos bens e dos factores manter-se-ão constantes. Consideremos as equações (1) e (2). A partir do diferencial total, temos :

$$AQ = E$$
$$dA\,Q + A\,dQ = dE \quad \text{,ou seja,}$$
$$Ad\,Q = dE - dA\,Q$$

Para termos a relação entre dQ e dE interessa fazer daQ $= 0$ .Ora sendo,

$$dA\,Q = \begin{bmatrix} da_{L1} & da_{L2} \\ da_{K1} & da_{K2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}$$

Se igualarmos a zero vem:

$$da_{L1}\,Q_1 + da_{L2}\,Q_2 = 0 \qquad (17)$$
$$da_{K1}\,Q_1 + da_{K2}\,Q_2 = 0 \qquad (18)$$

Temos então uma das duas hipóteses: (i) consideramos os coeficientes técnicos fixos e logo $dA\,Q = 0$; (ii) consideramos os coeficientes técnicos como variáveis e utilizamos o método de Jones (1965) que entra em linha

de conta com as elasticidades de substituição entre as duas indústrias.

Assim:

$$\sigma_1 = d\ln(a_{K1}/a_{L1}) \;/\; d\ln(w/r) = d(\ln a_{K1} - \ln a_{L1})/d(\ln w - \ln r)$$
$$= [\,(da_{K1}/a_{K1}) - (da_{L1}/a_{L1})\,]/\,[(dw/w) - (dr/r)\,]$$
$$\sigma_1 = (\hat{a}_{K1} - \hat{a}_{L1}) \;/\; (\hat{w} - \hat{r}) \qquad (19)$$

De igual modo:

$$\sigma_2 = (\hat{a}_{K2} - \hat{a}_{L2}) \;/\; (\hat{w} - \hat{r}) \qquad (20)$$

Se dermos outra forma a (17) e (18) de modo a termos as variações percentuais, ou seja:

$$\hat{a}_{L1}\,L_1 + \hat{a}_{L2}\,L_2 = 0 \qquad (17')$$
$$\hat{a}_{K1}\,K_1 + \hat{a}_{K2}\,K_2 = 0 \qquad (18')$$

Se dividirmos (17') por L e (18') por K vem:

$$\hat{a}_{L1}\lambda_{L1} + \hat{a}_{L2}\lambda_{L2} = 0 \qquad (17'')$$
$$\hat{a}_{K1}\lambda_{K1} + \hat{a}_{K2}\lambda_{K2} = 0 \qquad (18'')$$

Precisamos de determinar os $\hat{a}_{ij}$. Apartir de (17''), (18''), (19) e (20) temos 4 equações a 4 incógnitas e o sistema é possível e determinado. Os $\hat{a}_{ij}$ vão ser função de σ_i e dos preços relativos dos factores e, por isso, $dA\,Q = 0$ depende de σ_i e de w/r. Em última análise depende de w/r pois a substituição de factores é função de w/r. Assim, se não houver alteração dos preços dos factores dA = 0 e dAQ = 0 . Note-se que Jones em vez de (17'') e (18'') partiu da condição de equilibrio dada por (3) e (4) e obteve:

$$\theta_{L1}\,\hat{a}_{L1} + \theta_{K1}\,\hat{a}_{K1} = 0$$
$$\theta_{L2}\,\hat{a}_{L2} + \theta_{K2}\,\hat{a}_{K,2} = 0$$

o que permite formar com (19) e (20) dois sistemas de duas equações a duas incógnitas. Os valores encontrados para os $\hat{a}_{ij}$ foram os seguintes:

$$\hat{a}_{L1} = -\theta_{K1}\sigma_1(\hat{w}-\hat{r})\,; \quad \hat{a}_{L2} = -\,\theta_{K2}\sigma_2(\hat{w}-\hat{r})\,;$$
$$\hat{a}_{K1} = \theta_{L1}\sigma_1(\hat{w}-\hat{r})\,; \quad \hat{a}_{K2} = \theta_{L2}\sigma_2(\hat{w}-\hat{r})$$

Considerando, pois, que dAQ = 0, temos

$$AdQ = dE \tag{21}$$

Interessa-nos apresentar agora os resultados em termos de variações percentuais. Dando outra forma a (21) vem:

$$a_{L1}\,dQ_1 + a_{L2}\,dQ_2 = dL$$
$$a_{K1}\,dQ_1 + a_{K2}\,dQ_2 = dK$$

Se dividirmos a primeira equação por L e a segunda por K e rearranjarmos para termos as variáveis em variações percentuais vem:

$$\lambda_{L1}(dQ_1/Q_1) + \lambda_{L,2}(dQ_2/Q_2) = dL/\,L$$
$$\lambda_{K1}(dQ_1/Q_1) + \lambda_2(dQ_2/Q_2) = dK/K$$

Em termos matriciais temos:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{L1} & \lambda_{L2} \\ \lambda_{K1} & \lambda_{Ki} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Q}_1 \\ \hat{Q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{L} \\ \hat{R} \end{bmatrix}$$

ou

$$\lambda\hat{Q} = \hat{E} \tag{22}$$

logo $\hat{Q} = \lambda^{-1}\hat{E}$ (23)

λ^{-1} dá-nos as elasticidades da oferta dos produtos relativamente à dotação de factores, ou elasticidade de Rybczynski. O sinal dos elementos de λ^{-1} depende de $|\lambda|$ e logo de $|A|$ pois $|\lambda| = (Q_1Q_2/LK)|A|$.

Note-se, agora, o seguinte:

$$\text{como} \quad \lambda^{-1} = 1/|\lambda| \begin{bmatrix} \lambda_{K2} & -\lambda_{L2} \\ -\lambda_{K1} & \lambda_{L1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda_{K2}/(\lambda_{K2} - \lambda_{L2}) & -\lambda_{L2}/(\lambda_{K2} - \lambda_{L2}) \\ -\lambda_{K1}/(-\lambda_{K1} + \lambda_{L1}) & \lambda_{L1}/(\lambda_{L1} - \lambda_{K1}) \end{bmatrix}$$

com $|\lambda| = \lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}$
$= \lambda_{L1} - \lambda_{K1} = \lambda_{K2} - \lambda_{L2}$
devido a $\lambda_{L1} + \lambda_{L2} = 1 = \lambda_{K1} + \lambda_{K2}$

Se considerarmos agora: (i) que a indústria 1 é trabalho intensiva ($\lambda_{L1} > \lambda_{K1}$) e a indústria 2 capital-intensiva ($\lambda_{K2} > \lambda_{L2}$) ; (ii) que os preços dos bens se mantêm constantes (logo mantêm-se constantes os preços dos factores e os λ_{ij}): (iii) que a dotação de um factor aumenta enquanto a do outro se mantém constante ($\hat{L} > 0$ e $\hat{K} = 0$ ou $\hat{K} > 0$ e $\hat{L} = 0$) temos:

$\hat{Q}_1/\hat{L} = \lambda_{K2}/(\lambda_{K2} - \lambda_{L2})$ (>1) e $\hat{Q}_2/\hat{L} = -\lambda_{K1}/(-\lambda_{K1} + \lambda_{L1})$ (<0) ,
quando $\hat{L}>0$ e $\hat{K}=0$

$\hat{Q}_1/\hat{K} = -\lambda_{L2}/(\lambda_{K2} - \lambda_{L2})$ (<0) e $\hat{Q}_2/\hat{K} = \lambda_{L1}/(\lambda_{L1} - \lambda_{K1})$ (>1) ,
quando $\hat{K}>0$ e $\hat{L}=0$

É o conhecido teorema de Rybczynski (expresso agora em termos de elasticidades): considerando,por hipótese, que os preços dos bens se mantêm constantes se a oferta de um factor, i, aumenta e a oferta do outro factor se mantém então a indústria que utiliza o factor i intensivamente aumentará a sua produção mais que proporcionalmente ao aumento da dotação do factor (efeito de magnificação) enquanto a produção da outra indústria diminuirá.

A relação entre os teoremas de Rybczynski e de **HO** será feita da mesma forma à que fizemos no ponto 2. Assim a partir de (22) obtemos por subtracção $(\hat{Q}_1 - \hat{Q}_2) = (\hat{L} - \hat{K}) / |\lambda|$ em que $|\lambda|$ é positivo se o bem 1 é trabalho- intensivo. Assim o país abundante em trabalho produzirá relativamente mais do bem trabalho-intensivo, sob a hipótese de preços relativos iguais nos dois países.

Análise a nível da distribuição

Por hipótese, a oferta de produtos e de factores manter-se-á constante. Consideremos as equações (3) e (4):

$$AW = P$$

e calculemos o diferencial total

$$dA\,W + A\,dW = dP \quad , \quad \text{logo}$$
$$AdW = dP - dA\,W \tag{24}$$

Interessa-nos eliminar $dA\,W$ de molde a que possemos ter $dW = A^{-1}\,dP$

$$dA\,W = \begin{bmatrix} da_{L1} & da_{K1} \\ da_{L2} & da_{K2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ r \end{bmatrix}$$

Se igualarmos a zero, vem:

$$w da_{L1} + r\,da_{K1} = 0 \Leftrightarrow da_{K1}/da_{L1} = -w/r \tag{25}$$
$$w da_{L2} + r\,da_{K2} = 0 \Leftrightarrow da_{K2}/da_{L2} = -w/r \tag{26}$$

que é precisamente a condição para a minimização do custo de produção por parte do empresário quando os preços dos factores são dados (a inclinação da isocusto e da isoquanta é igual).

Assim, como $dAW = 0$, temos:

$$Adw = dP \qquad (27)$$

Interessa-nos apresentar os resultados em termos de variacões percentuais. Dando outra forma a (27) vem:

$$a_{L1}dw + a_{K1}dr = dP_1$$
$$a_{L2}dw + a_{K2}dr = dP_2$$

Se dividirmos a primeira equação por P_1 e a segunda por P_2 e rearranjando para obter as variações relativas das variáveis temos:

$$\theta_{L1}\, dw/w + \theta_{K1}\, dr/r = dP_1/P_1$$
$$\theta_{L2}\, dw/w + \theta_{K2}\, dr/r = dP_2/P_2$$

ou, ainda,

$$\begin{bmatrix} \hat{w} \\ \hat{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{L1} & \theta_{K1} \\ \theta_{L2} & \theta_{K2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \end{bmatrix} \qquad (28)$$

ou $\hat{w} = \theta^{-1}\ \hat{p}$ (28')

em que θ^{-1} nos dá as elasticidades dos preços dos factores relativamente aos preços dos bens, ou <u>elasticidade de Stolper-Samuelson.</u>

O sinal dos elementos de θ^{-1} depende de $|\ \theta\ |$ e logo de $|\ A\ |$ porque $|\theta|=(wr/p_1p_2)\ |A|$.

Por outro lado,

$$\theta^{-1} = 1/|\theta| \begin{bmatrix} \theta_{K2} & -\theta_{K1} \\ -\theta_{L2} & \theta_{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{K2}/(\theta_{K2}-\theta_{K1}) & -\theta_{K1}/(\theta_{K2}-\theta_{K1}) \\ -\theta_{L2}/(-\theta_{L2}+\theta_{L1}) & \theta_{L1}/(\theta_{L1}-\theta_{L2}) \end{bmatrix}$$

Logo se consideramos: (i) que a indústria 1 é trabalho-intensiva ($\theta_{L1} > \theta_{L2}$)

e a indústria 2 capital-intensiva ($\theta_{K2} > \theta_{K1}$); (ii) que a oferta de factores se mantém constante e que se mantêm constantes os coeficientes de distribuição; (iii) que o preço de um bem aumenta enquanto o do outro se mantém constante, temos:

$\hat{w}/\hat{P}_1 = \theta_{K2}/(\theta_{K2}-\theta_{K1})\ (>1)$ e $\hat{r}/\hat{P}_1 = -\theta_{L2}/(-\theta_{L2}+\theta_{L1})\ (<0)$,
quando $\hat{P}_1 > 0$, $\hat{P}_2 = 0$

$\hat{w}/\hat{P}_2 = -\theta_{K1}/(\theta_{K2}-\theta_{K1})\ (<0)$ e $\hat{r}/\hat{P}_2 = \theta_{L1}/(\theta_{L1}-\theta_{L2})\ (>1)$,
quando $\hat{P}_2 > 0$ e $\hat{P}_1 = 0$

É o conhecido <u>teorema de Stolper-Samuelson</u> : um aumento no preço relativo de um bem leva ao aumento mais que proporcional (efeito de magnificação) do preço do factor utilizado intensivamente na sua produção e à diminuição da remuneração real do outro factor. A hipótese da oferta de

factores se manter fixa garante-nos que o efeito sobre os preços dos factores foi só provocado pela alteração dos preços dos bens.

Relação entre o teorema de Stolper-Samuelson e o teorema de HO quando se utiliza a definição económica ou de Ohlin de abundância relativa de factores.

Se considerarmos (w/r)A > (w/r)B o país A é relativamente abundante em capital e o país B em trabalho. Devido à relação unívoca entre os preços relativos dos bens e os preços relativos dos factores o preço relativo do bem capital-intensivo é mais baixo em A do que em B provando-se o inverso em relação ao bem trabalho-intensivo. Logo, com a abertura ao comércio o país A deve exportar o bem capital-intensivo (em que tem vantagens comparativas) e o país B o bem trabalho-intensivo (em que detém vantagens comparativas).

A partir de (28) nós temos:

$$\begin{bmatrix} \hat{w} \\ \hat{r} \end{bmatrix} = 1/|\theta| \begin{bmatrix} \theta_{K2} & -\theta_{K1} \\ -\theta_{L2} & \theta_{L1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{P}_1 \\ \hat{P}_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{w} = [(\theta_{K2}\hat{P}_1) - (\theta_{K1}\hat{P}_2)] / |\theta| \qquad (29)$$

$$\hat{r} = [(-\theta_{L2}\hat{P}_1) + (\theta_{L1}\hat{P}_2)] / |\theta| \qquad (30)$$

ou,

$$\hat{w} = [(\theta_{K2}\hat{P}_1 - \theta_{K1}\hat{P}1) - (\theta_{K1}\hat{P}_2 + \theta_{K1}\hat{P}_1)] = \hat{P}_1 - [\theta_{K1}(\hat{P}_2 - \hat{P}_1) / |\theta|\,] \qquad (29')$$

$$\hat{r} = [(\theta_{L1}\hat{P}_2 - \theta_{L2}\hat{P}_2) + (\theta_{L2}\hat{P}_2 - \theta_{L2}\hat{P}_1)] / |\theta| = \hat{P}_2 + [\theta_{L2}(\hat{P}_2 - \hat{P}_1) / |\theta|] \qquad (30')$$

Note-se que se $\hat{P}_2 > \hat{P}_1$ temos $\hat{r} > \hat{P}_2 > \hat{P}_1 > \hat{w}$. Se o bem dois é capital-intensivo então a remuneração do capital aumentou em termos de ambos os bens e a remuneração do trabalho baixou em termos dos dois bens, também. É outra forma de demonstrar o teorema de Stolper- Samuelson.

Subtraindo (30) a (29) temos:

$$\hat{w} - \hat{r} = (\hat{P}_1 - \hat{P}_2) / |\theta| \text{, pois } \theta_{K2} + \theta_{L2} = 1 = \theta_{K1} + \theta_{L1} \qquad (31)$$

com

$$|\theta| = \theta_{K2} - \theta_{K1} = \theta_{L1} - \theta_{L2}$$

se $|\theta| > 0$ então o bem 2 é capital-intensivo e o bem 1 trabalho-intensivo. Então um aumento de P_1/P_2 fará aumentar w/r mais que proporcionalmente (porque $|\theta| < 1$). Por outro lado como a correlação é positiva, a um P_1/P_2 (ou $\hat{P}_1 - \hat{P}_2$) mais elevado no país A relativamente a B corresponderá também um rácio w/r (ou $\hat{w} - \hat{r}$) mais elevado em A. Como o bem 2 é capital-intensivo temos que,

$$(w/r)A > (w/r)B \Rightarrow (P_1/P_2)A > (P_1/P_2)B,$$

ou seja, que o preço relativo em autarcia do bem intensivo no factor relativamente abundante no país é mais baixo do que no outro país. Para a verificação do teorema de HO falta só demonstrar que após a abertura ao comércio o país A exporta o bem 2 e o país B o bem 1, ou seja , que a razão de troca international está limitada pelas razões de troca autárcicas.

A demonstração é feita com base na *Lei da Vantagem Comparativa*[5]:
(i) correlação negativa entre preços relativos autárcicos e exportações líquidas de modo que em média produtos com preços autárcicos altos serão importados e produtos com preços autárcicos baixos serão exportados .

(versão fraca da Lei);(ii) cada país exporta o bem onde detém vantagem comparativa *(versão forte da Lei)*.
Como iremos ver no modelo de base verificam-se (i) e (ii), mas na generalização do modelo só é possível assegurar a condição (i).

Sejam os vectores:

$$P^A = \begin{bmatrix} P_1^A & P_2^A \end{bmatrix} \; ; \quad P^B = \begin{bmatrix} P_1^B & P_2^B \end{bmatrix}$$

$$T^A = \begin{bmatrix} (X_1-M_1)^A \\ (X_2-M_2)^A \end{bmatrix} \; ; \quad T^B = \begin{bmatrix} (X_1-M_1)^B \\ (X_2-M_2)^B \end{bmatrix} \; ; \quad T = \begin{bmatrix} X_1-M_1 \\ X_2-M_2 \end{bmatrix}$$

$$Q^A = \begin{bmatrix} Q_1^A \\ Q_2^A \end{bmatrix} \; ; \quad Q^B = \begin{bmatrix} Q_1^B \\ Q_2^B \end{bmatrix} \; ; \quad C^A = \begin{bmatrix} C_1^A \\ C_2^A \end{bmatrix} \; ; \quad C^B = \begin{bmatrix} C_1^B \\ C_2^B \end{bmatrix}$$

$$P^i = [P_1^i \;\; P_2^i]$$

Seja, também, $(P_1/P_2)\,A < (P_1/P_2)B$, com $P_1^B < P_1^A$ e $P_2^B > P_2^A$.
Supondo que o comércio está equilibrado vem:

$$T^A + T^B = 0 \qquad (32)$$

A versão fraca da Lei da Vantagem Comparativa impõe, então, o seguinte:

$$P_1^B - P_1^A < 0 \text{ então } X_1 - M_1 > 0$$
$$P_2^B - P_2^A > 0 \text{ então } X_2 - M_2 < 0$$

Em termos matriciais:

$$(P^B - P^A)T \leq 0 \qquad (33)$$

em que o sinal de igual significa ausência de comércio.

A versão forte da Lei da Vantagem Comparativa impõe que o preço internatlonal, P_i, seja tal que:

$$(P_1/P_2)B \leq (P_1/P_2)_i \leq (P_1/P_2)A \qquad (34)$$

em que quando um país tem os seus preços relativos autárcicos iguais aos preços relativos internacionais (sinal de "=") só o outro país ganha com o comércio.

À semelhança de que fizemos quando utilizámos a definição física, consideramos, que a produção só tem dois destinos, a exportação e o consumo:

$$T = Q - C$$

Para cada país o valor das exportações líquidas aos preços autárcicos será:

$$P^A T^A = P^A(Q^A - C^A) \leq 0 \qquad (35)$$

$$P^B T^B = P^B(Q^B - C^B) \leq 0 \qquad (36)$$

e aos preços internacionais será :

$$P^i T^A = P^i T^B = 0 \qquad (37)$$

onde a igualdade a zero traduz a condição de equilíbrio em comércio international: o valor das exportações e das importações é igual.
Subtraindo (37) a (35) e (36) e tendo em conta (32) vem:

$$(P^B - P^i)T^B \leq 0 \qquad (38)$$

$$(P^A - P^i)T^A \leq 0 \quad \text{ou} \quad (P^A - P^i)T^B \geq 0 \qquad (39)$$

ou seja: se $T^B > 0$ então $(38) < 0 \wedge (39) > 0 \Leftrightarrow P^B < P^i < P^A$ como queríamos demonstrar.

Relação de dualidade entre os teoremas de Rybczynski e de Stolper-Samuelson

Considermos novamente os sistemas formados pelas equações (1), (2) e (3), (4). Em termos matriciais temos:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = 1/|A| \begin{bmatrix} a_{K2} & -a_{L2} \\ -a_{K1} & a_{L1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L \\ K \end{bmatrix} \qquad (40)$$

e $$\begin{bmatrix} w \\ r \end{bmatrix} = 1/|A| \begin{bmatrix} a_{K2} & -a_{K1} \\ -a_{L2} & a_{L1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \qquad (41)$$

com $|A| = a_{L1}a_{L2}\,(\kappa_2 - \kappa_1)$.
Se $\kappa_1 > \kappa_2$ então $|A| < 0$ e temos as seguintes derivadas parciais:

- Em relação ao sistema (40) :

$$\delta Q_1/\delta L = a_{K2}/|A| \; (<0) \; ; \; \delta Q_1/\delta K = -a_{L2}/|A| \; (>0)$$
$$\delta Q_2/\delta L = -a_{K1}/|A| \; (>0) \; ; \; \delta Q_2/\delta K = a_{L1}/|A| \; (<0) \qquad (42)$$

- Em relação ao sistema (41) :

$$\delta w/\delta P_1 = a_{K2}/|A| \; (<0) \; ; \; \delta w/\delta P_2 = -a_{K1}/|A| \; (>0)$$
$$\delta r/\delta P_1 = -a_{L2}/|A| \; (>0) \; ; \; \delta r/\delta P_2 = a_{L1}/|A| \; (<0) \qquad (43)$$

Confrontando (42) com (43) chegamos à seguinte relação de reciprocidade ou de dualidade estabelecida por Samuelson (1953-54) :

$$\delta Q_j/\delta E_i = \delta w_i/\delta P_j \qquad (44)$$

Assim o efeito de uma alteração da dotação de factores sobre a produção dos dois bens, para preços constantes dos bens, é igual ao efeito da alteração dos preços dos bens sobre a remuneração dos factores, para dotações constantes dos factores.

Como os teoremas de Stolper-Samuelson e de Rybczynski são geralmente formulados em termos de elasticidades (ainda que o último na formulação inicial de Rybczynski, 1955 venha em termos de variações absolutas e não variações percentuais), a relação de dualidade que se tira a partir das elasticidades de Stolper-Samuelson e de Rybczynski e tendo em conta (44) é a seguinte:

$$\theta_{ij}^{-1} = \delta \ln w_i \,/\, \delta \ln P_j = (\delta w_i \,/\, \delta P_j)\,(P_j/w_i)$$

é a elasticidade de Stolper-Samuelson do preço do factor i em relação ao preço do bem j.

$$\lambda_{ji}^{-1} = \delta \ln Q_j \,/\, \delta \ln E_i = (\delta Q_j/\delta E_i)\,(E_i/Q_j)$$

é a elasticidade de Rybczynski da quantidade oferecida do bem j em relação à oferta do factor i.

Logo

$$\theta_{ij}^{-1} = \lambda_{ji}^{-1}(Q_jP_j/E_iw_i) \qquad (45)$$

em que o ponderador nos dá a relação entre o valor do bem j e a

remuneração do factor i que foi utilizado na sua produção. Se o factor i for utilizado intensivamente na produção de j o ponderador será maior do que no caso contrário).

Teorema de igualização dos preços dos factores

Na base dos hipóteses do modelo de base de HO mais a hipótese de especialização incompleta o teorema de HO - Samuelson (como também é conhecido) estabelece que a igualização dos preços dos bens pelo comércio international leva à igualização dos preços dos factores tanto relativos como absolutos. O comércio é assim um substituto perfeito da mobilidade international dos factores, fazendo com que os preços dos factores

dependam só dos preços dos bens e sejam independentes da dotação relativa de factores dos países. O essencial do teorema reside na relação unívoca entre preços relativos dos bens e preços relativos dos factores :

$$d(P_1/P_2) \,/\, d(w/r) = [a_{L1}a_{L2}(k_2-k_1)] \,/\, [(w/r)a_{L2} + a_{K2}]^2 \qquad (46)$$

que se obtém a partir das equações (3) e (4), dividindo a primeira pela segunda e derivando em ordem a w/r.

Se $k_2 > k_1$ a indústria 2 é capital-intensiva e um aumento do preço relativo do factor trabalho (aumento de w/r) levará ao aumento do preço relativo do bem trabalho-intensivo (aumento de P_1/P_2).

Em termos de preços absolutos dos factores temos:

$$\delta P_j/\delta w_i = a_{ij} \text{ , com coeficientes técnicos fixos} \qquad (47)$$

ou

$$\delta \ln P_j/\delta \ln w_i = \theta_{ij} = a_{ij}(w), \text{ com coeficientes técnicos variáveis } (48).$$

NOTAS

(1) Na teoria da programação linear as duas primeiras equações aparecem sob a forma de inequações com o sinal ≤ 0 para significar a possibilidade de excesso de oferta do factor que nesse caso teria um preço nulo. As duas últimas equações surgem sob a forma de inequações com o sinal ≥ 0 para significar que o bem cujo custo é superior ao seu preço não deve ser produzido.

(2) A partir das equações (3) e (4) se dividirmos P_1 por P_2 e derivarmos em ordem a w/r temos

$$d(P_1/P_2) / d(w/r) = a_{L1}a_{L2}(k_2-k_1) / [(w/r)a_{L2} + a_{K2}]^2 ,$$

ou seja, há uma relação monótona entre P_1/P_2 e w/r.

(3) A generalização do teorema de Heckscher-Olhin tem duas versões: a versão "commodity content" de Jones-Bhagwati-Deardorff (um país exporta os bens que utilizam intensivamente os factores relativamente abundantes e importa os bens que utilizam intensivamente os factores relativamente escassos nesse país) e a versão "factor content" de Vanek-Melvin-Bertrand (um país exporta os serviços dos factores relativamente abundantes e importa os serviços dos factores relativamente escassos no país). A primeira generalização da versão "commodity" foi feita por Jones(1965) para n bens, 2 factores e 2 países e é conhecida pela versão em cadeia :a ordenação dos bens segundo o rácio Capital- Trabalho duplicaria a ordenação segundo os preços relativos autárcicos (vantagem comparativa) de modo que as exportações do país abundante em capital seriam todas capital-intensivas relativamente a todas as suas importações e isto independentemente das condições da procura. A procura só seria necessária para saber o ponto onde se cortava a cadeia : de um lado ficavam as exportações e do outro as importações.Bhagwati(1972) demonstrou que a versão em cadeia só era válida sob hipótese de não igualização dos preços dos factores. Deardorff(1982) utilizou o conceito de covariância entre três variáveis - exportações líquidas, proporção de factores e abundância de factores - e, com base na Lei da Vantagem Comparativa, generalizou o teorema,nas duas versões, para qualquer número de bens, factores e países, com e sem igualização dos preços dos factores. O teorema passou a ser válido numa proposição mais fraca: em *média* preços autárcicos baixos estão associados a exportações e preços autárcicos elevados a importações.

Quanto à versão conteúdo de factores ela surge porque, como escreve Vanek (1968,p.749) "It will be recalled that the usual way of stating the Heckscher-Olhin theorem involves relative factor-endowments on the one hand, and relative factor-intensities of products on the other ;and it is the later that cause all the trouble when more than two factors are considered." A solução dada por Vanek(1968) e Melvin(1968) pensa o comércio em termos de troca de capacidade produtiva: os bens são o envelope dos factores e a análise é conduzida em termos de conteúdo de factores do comércio e não de estrutura do comércio dos bens.

(4) Este critério de nabundância factorial continua válido mesmo para $B \neq 0$. Substituindo s por $(Y-B)/Y_w$ na relação $(L/L_w) < s < (K/K_w)$ chegamos a $1-(Y_wL)/(YL_w) > B/Y > 1-(Y_wK)/(YK_w)$

Ou seja,na generalização a n bens e m factores o critério é válido para $B \neq 0$ se o saldo comercial se mantiver dentro de certos limites.

(5) Cf.,Deardorff (1980), Dixit and Woodland (1982) e Dixit and Norman (1980).

BIBLIOGRAFIA

BERTRAND, Trent, (1972), "An Extension of the N- Factor Case of Factor Proportions Theory", *Kyklos*, Vol. 25, pp. 592-596.

BHAGWATI, J., (1972) "The Heckscher-Olhin Theorem in the Multi-Commodity Case", *Journal of Political Economy*, Vol. 80 pp. 1052-1055.

BRECHER, R. and **CHOUDRI**, E.,(1982)"The Leontief Paradox, Continued" *Journal of Political Economy*, Vol. 90, pp. 820-823.

CHACHOLIADES, M.,(1978), *International Trade Theory and Policy*, McGraw Hill (1.ª ed.1973),pp. 614.

DEARDORFF, A., (1980), "The General Validity of the Law of Comparative Advantage", *Journal of Political Economy*, Vol. 88,pp.941-957.

DEARDORFF , A.,(1982),"The General Validity of the Heckscher-Olhin Theorem", *American Economic Review*, Vol. 72, pp. 683-694.

DIXIT, A. and **NORMAN**, V.,(1980), *Theory of International Trade:A Dual, General Equilibrium Approach*, Cambridge University Press,pp.x+339.

DIXIT, A. and **WOODLAND** , A.,(1982), "The Relationship Between Factor Endowments and Commodity Trade", *Journal of International Economics*, Vol.13, pp.201-214.

JONES, R.,(1965),"The Structure of Simple General Equilibrium Models", *Journal of Political Economy*, Vol. 73,pp.557-561.

JONES, R. and **NEARY**, J.,(1984),"The Positive Theory of International Trade"in R. Jones and P. Kenen (eds.),op. cit.,pp. 1-61.

JONES, R. and **KENEN**, P.,(eds.),(1984), *Handbook of International Economics*, North-Holland, Vol. 1, pp. xxi+623.

LEAMER, E., (1980),"The Leontief Paradox, Reconsidered", *Journal of Political.Economy*, Vol.88,pp.495-503.

MELVIN,J., (1968),"Prodution and Trade with Two Factors and Three Goods", *American Economic Review*, Vol. 58 pp. 1249-1268.

RYBCZYNSKI, T.,(1955), " Factor Endowment and Relative Commmodity Prices", *Economica*, Vol. 22, pp. 336- 341.

SAMUELSON, P.,(1953-54),"Prices of Factors and Goods in General Equilibrium" , *Review of Economic Studies*, Vol. 21, pp. 1-20.

VANEK, J., (1968), "The Factor Proportions Theory: The N-Factor Case", *Kyklos*, Vol. 21(4), pp. 749-756.

ANEXOS:

1-A interpretação geométrica dos teoremas
2-O diagrama dos preços dos factores
3-O diagrama de Lerner

1 - O teorema de Heckscher-Ohlin

Na base das hipóteses já referidas o teorema estabelece que cada país exporta o bem na produção do qual utiliza intensivamente o factor relativamente abundante (o bem onde detém vantagem comparativa). Se a definição de abundância relativa adoptada é a definição física a validação do teorema requer a hipótese de gostos idênticos ou de gostos idênticos e homotéticos nos dois países, consoante alcancem ou não a mesma curva de indifereça social. No caso da definição económica não é necessária

a hipótese de mapas de indiferença homotéticos (1), embora seja necessário que as curvas de indiferença social sejam bem comportadas - tipo curvas de indiferença social de Samuelson (2).

Utilizando a definição física de abundância relativa de factores.

Segundo Jones (3) a essência do teorema de Heckscher-Ohlin está na relação única entre a curva de possibilidades de produção e a dotação relativa de factores de cada país (4).

Considerando funções de produção idênticas a nível internacional para o mesmo bem, a curva de possibilidades de produção ou curva de transformação depende só da dotação física de factores e o país abundante em capital terá um rácio entre a produção do bem capital-intensivo e a produção do bem trabalho-intensivo maior do que no outro país, abundante em trabalho . Graficamente:

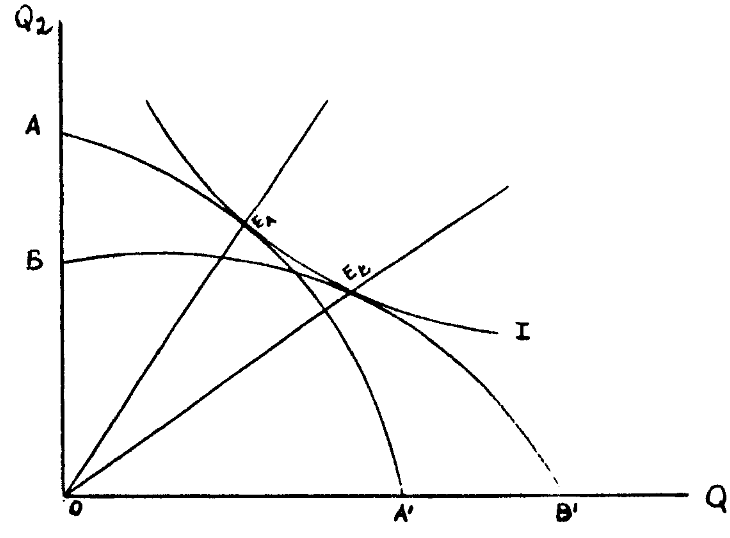


Fig.1 Teorema de Heckscher-Ohlin com definição física de abundância de factores e mapa de indiferença social comum aos dois países

(1)Cf., M. Chacholiades, International Trade Theory and Policy, 1978, p. 265

(2) Cf.,J.Bhagwati, "The Proofs of The Theorems on Comparative Advantage", Economic Journal, vol.77, 1967, p.82

(3) R.Jones, "Factor Proportions and the Heckscher-Ohlin Theorem", Review of Economic Studies, vol.24, 1956-57, pp.1-10

(4)A curva fronteira de possibilidades de produção dá-nos a quantidade máxima que um país pode produzir de um bem quando se encontra a produzir determinada quantidade do outro bem. É côncava em relação á origam reflectindo custos de oportunidade crescentes. Utilizando a técnica de Savosnick pode-se derivar a curva de possibilidades de produção a partir da curva de máxima eficiência ou curva de contrato utilizando a caixa de Edgeworth. Cf.,J.Bhagwati and T.Srinivasan, Lectures of International Trade, The Mit Press, 1983, pp. 51-53.

A construção da fig.1 obdece à suposição de que o país A é abundante

em capital relativamente ao país B e que a mercadoria 2 é capital-intensiva relativamente à mercadoria 1.

À inclinação da curva de transformação dá-nos a taxa marginal de transformação que em equilibrio é igual aos preços relativos dos bens, ou seja, $TMTQ_2Q_1 = -\frac{dQ_2}{dQ_1} = \frac{P_1}{P_2}$. Assim qualquer raio vector encontrará as duas curvas de possibilidade de produção em pontos em que se verifica sempre $TMT^BQ_2Q_1 < TMT^AQ_2Q_1$ ou seja $(\frac{P_1}{P_2})_B < (\frac{P_1}{P_2})_A$. Ou de outra forma, para preços relativos dos bens iguais nos dois países (logo preços dos factores iguais nos dois países) o rácio Q_2/Q_1 é sempre superior no país A. Assim para produzir uma unidade adicional de Q_2 o país A tem de sacrificar menos unidades de Q_1 do que o país B. Daí que se considerarmos a estrutura de produção idêntica nos dois países $(\frac{Q_2}{Q_1})_A = (\frac{Q_2}{Q_1})_B$, é sempre possível afirmar que o país abundante

em capital está em condições de aumentar a produção do bem capital-intensivo com um custo de oportunidade menor que o país abundante em trabalho. Da mesma forma o país abundante em trabalho pode aumentar a produção do bem trabalho-intensivo.

Há, no entanto, que assinalar a importância da procura quando se utiliza a definição física. Na fig. 1 o mapa de indiferença social é comum aos dois países e ambos atingem em autarcia a mesma curva de indiferença social. O ponto de equilibrio na produção e no consumo é E_A para o país A e E_B para o país B. O teorema verifica-se porque existe um preço relativo internacional, $(\frac{P_1}{P_2})i$ tal que $(\frac{P_1}{P_2})B < (\frac{P_1}{P_2})i < (\frac{P_1}{P_2})A$.

No entanto se considerarmos que os consumidores nacionais revelam preferências pelo bem onde reside a vantagem comparativa o ponto E_A estará situado mais á esquerda e o ponto E_B mais á direita podendo verificar-se $(\frac{P_1}{P_2})A <$

$<(\frac{P_1}{P_2})i < (\frac{P_1}{P_2})B$: o país A que é abundante em capital exportará o bem trabalho-intensivo e o país B abundante em trabalho exportará o bem capital-intensivo. O teorema não se verifica porque temos mapas de indiferença social diferentes nos dois países.

Mesmo quando o mapa de indiferença social é comum aos dois países, mas estes não atingem a mesma curva de indiferença social (como na fig.1) a verificação do teorema requer adicionalmente que ele seja homotético - a elasticidade rendimento da procura é unitária para cada bem nos dois países (1).

Utilizando a definição em valor de abundância relativa de factores. Se considerarmos $(\frac{w}{r})_A > (\frac{w}{r})_B$ o país A é relativamente abundante em capital e o país B em trabalho. Devido à relação unívoca entre cada rácio dos preços dos bens e dos factores (como vimos analiticamente) o preço relativo em autarcia do bem capital-intensivo, Q_2, é mais baixo no país A e o do bem trabalho-intensivo é mais baixo no país B. Logo, com a abertura ao comércio o país rico em capital deve exportar o bem capital-intensivo e o país rico em trabalho o bem trabalho-intensivo. Isto pode ser analisado através do diagrama de Lerner: (2)

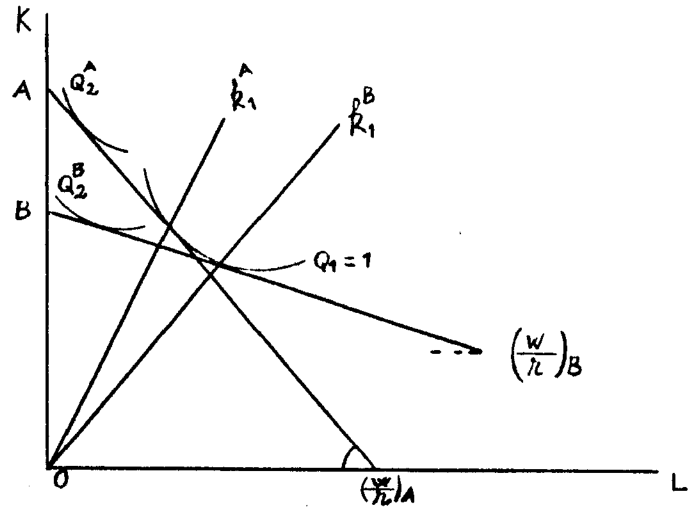


Fig. 2 Teorema de Heckscher-Ohlin com definição económica de abundância de factores.

Q_1 é uma isoquanta unitária. Independentemente dos preços relativos dos factores Q_2 é sempre capital-intensivo relativamente a Q_1. Apesar da função da produção ser a mesma para o mesmo bem nos dois países a escolha da técnica de produção óptima, em autarcia, difere e depende de w/r. Por isso na produção de Q_1 o país A usa a técnica k_1^A e o país B a técnica k_1^B, sendo a primeira mais capital-intensiva do que a segunda porque o capital é relativamente mais barato em A.

---

(1) Cf., M. Chacholiades, op.cit., p.263, para a demonstração geométrica.
(2) Cf., Duc-Loi Phan, Le Commerce International, Económica, 1980, pp. 38-41. Ver também o anexo III.

Com os factores produtivos empregues na produção de uma unidade do bem 1 (expressos em termos de capital temos a quantidade OA) o país A pode produzir uma quantidade Q_2^A do bem 2 e o país B, com OB de capital, uma quantidade Q_2^B, que é inferior à de A (a isoquanta Q_2^B está mais próxima da origem reflectindo um nível de produção inferior). Logo o custo de oportunidade do bem 1 em termos do bem 2 é menor no país B do que no A - para obter uma unidade adicional de Q_1 o país B sacrifica menos de Q_2 que o país A. Inversamente, o custo de oportunidade de Q_2 em termos de Q_1 é menor no país A.

Em termos de preços relativos temos $(\frac{P_1}{P_2})B < (\frac{P_1}{P_2})A$ (Cf., Anexo III). Ao entrar em comércio cada país tem interesse em exportar o bem que produz com custo relativo mais baixo e importar o outro. Por isso B aumentará a produção de Q_1 e reduzirá a produção de Q_2 (a oferta de factores é fixa) e A fará o inverso, exportando cada um deles o bem em que detém vantagem comparativa e importando o bem em que detém desvantagem comparativa.

Subjacente a esta conclusão estão as hipóteses de que a razão de troca internacional, $(\frac{P_1}{P_2})i$, estará compreendida entre as razões de troca autárcicas - o que já demonstrámos analiticamente - e de especialização imcompleta em autarcia

Quando se utiliza a definição económica as condições da procura, bem como as de oferta, entram na definição dos preços de equilibrio dos factores em autarcia pelo que não é necessária a hipótese de mapas de indiferença homotéticos (1). (Não existe o problema do enviesamento das preferências dos consumidores pelo bem onde reside a vantagem comparativa), embora as curvas de indiferença social tenham de ser bem comportadas (2).

Segundo Chacholiades (3) "In the absence of factor-intensity reversals, the two definitions give rise to identical results when the possible ranges of variation of factor prices do not overlap", ou, o que é o mesmo, quando os intervalos de variação dos preços relativos autárcicos não se sobrepõem - o que pressupõe que as dotações relativas dos dois países não sejam muito semelhantes (4).

(1) Cf., M.Chacholiades, op.cit., pp.228-229 e p. 265.
(2) Cf., J.Bhagwati, "The Proofs of the Theorem on Comparative Advantage", Economic Journal, vol.77, 1967, p.82.
(3) M. Chacholiades, op.cit., p. 271.
(4) M.Chacholiades, op.cit., p.266, fig.10-4, faz a demonstração geométrica.

Inada (1) demonstrou que a validade do teorema pressupõe, também, a hipótese de equilibrio único em autarcia em cada um dos países. A existência de equilibrio múltiplo em autarcia num ou em ambos os países impossibilita a previsão da direcção do comércio e isso quer utilizemos a definição física quer a definição de Ohlin. Por isso, a afirmação de Jones (1956-57, p.4) de que utilizando a definição de Ohlin o teorema de Heckscher-Ohlin era verdadeiro e trivial pressupõe a existência de equilibrio único em autarcia. Chacholiades (1978, pp.149-151) demonstrou que a condição de gostos idênticos e homotéticos é suficiente para eliminar a possibilidade de equilibrio múltiplo em autarcia.

2. - **O teorema de igualização dos preços dos factores**

O teorema, conhecido também sob o nome de teorema de Heckscher-Ohlin-Samuelson, estabelece, na base das hipóteses do modelo de base mais a hipótese de especialização incompleta que a igualização dos preços dos bens pelo comércio internacional leva à igualização dos preços dos factores tanto relativos como absolutos (2). O comércio é assim um substituto perfeito da mobilidade internacional dos factores.

O essencial do teorema reside na relação unívoca entre preços relativos dos bens e preços relativos dos factores que se verifica para os dois países porque a matriz A é idêntica . Assim os preços dos factores com comércio livre dos bens são independentes das dotações relativas de factores dos países. Iremos ver que isso só é verdade se as dotações dos países forem semelhantes.

Com o comércio forma-se um preço relativo único para os produtos a que corresponde um preço relativo dos factores único e a este corresponde uma única técnica de produção para cada bem nos dois países. Por isso tradicionalmente o teorema é apresentado num diagrama que relaciona essas três variáveis (3).

---

(1) K.Inada, "A Note on the Heckscher-Ohlin Theorem", Economic Record, vol.43, 1967, pp. 88-96.

(2) Designando por F_L' e F_K' a produtividade marginal física do trabalho e do capital temos $(F_L'/F_K') = w/r$. Como pela propriedade de rendimentos constantes à escala $F_L' = f(k)$ e $F_K' = f(k)$ é sempre possível passar das remunerações relativas dos factores para a sua remuneração real ou absoluta através da relação entre k e w/r. Ver também Anexo III.

(3) Cf., J. Bhagwati and T.Srinivasan, Lectures on International Trade, The Mit Press, 1983, pp. 60-62, e Anexo III fig.4.

Vamos interpretá-lo utilizando o diagrama de Lerner e o diagrama dos preços dos factores, dual do primeiro: duas técnicas que alcançam o mesmo resultado.

Utilizando o diagrama de Lerner. Consideremos a Fig.3 :

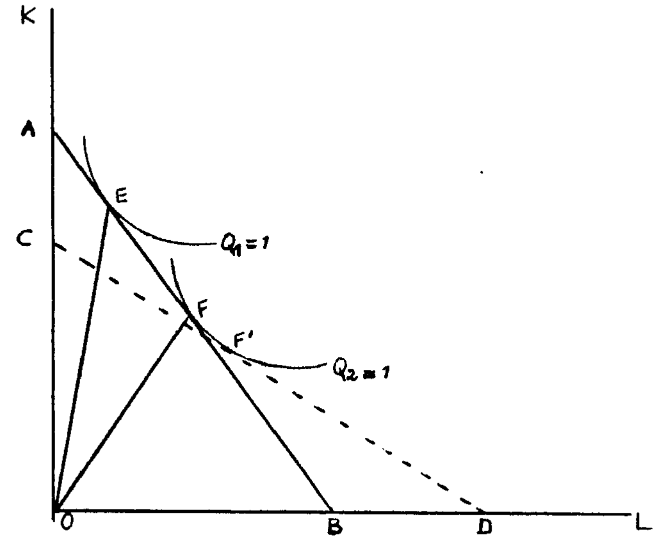


Fig3 : O cone de diversificação e o teorema de igualização dos preços dos factores

Q_1 e Q_2 são isoquantas de valor unitário às quais é tangente a isocusto unitária AB cuja inclinação nos dá w/r ($1 = rK + wL$).

Consideremos o cone limitado pelos raios vectores OE e OF - cone de diversificação EOF. Se a dotação relativa do país A for dada pela inclinação de qualquer raio vector dentro do cone de diversificação sem coincidir com as suas extremidades, este país produz as duas mercadorias. Se a dotação relativa de A coincidir com OE, $k = k_1$ e só se produzia Q_1; se coincidisse com OF, $k = k_2$ e só se produzia Q_2.

Se o raio vector da dotação relativa do país B cair também, dentro do mesmo cone de diversificação, a isocusto AB é comum aos dois países e verifica-se a igualização dos preços dos factores pelo comércio internacional. Como $k_A = \left(\frac{K}{L}\right)_A$ e $k_B = \left(\frac{K}{L}\right)_B$ ficam dentro do mesmo cone sem coincidirem com os raios vectores OE e OF, que nos dão a intensidade factorial para os dois produtos, temos :é uma condição necessária e suficiente para a verificação do teorema de igualização dos preços dos factores que o intervalo de variação das dotações relativas dos dois países seja menor que o intervalo da variação das intensidades factoriais das duas indústrias (1), ou, o que é o mesmo,que os

(1) Cf., P.A.Samuelson, "International Factor-Price Equalisation Once Again" Economic Journal, vol. 59, 1949, p. 193

raios vectores das dotações factoriais dos dois países caiam dentro do cone de diversificação.

Se, por exemplo, a dotação relativa do país B fosse dada pela inclinação do raio vector OF' tínhamos que o país B se especializava completamente no bem 2 e não havia igualização porque após a entrada em comércio, $(w/r)_A > (w/r)_B$. (Ver fig.3).

O cone de diversificação é o cone de variação das dotações relativas de factores que possibilita a igualização dos preços dos factores.

Utilizando o diagrama dos preços dos factores(1). Consideremos a Fig.4 :

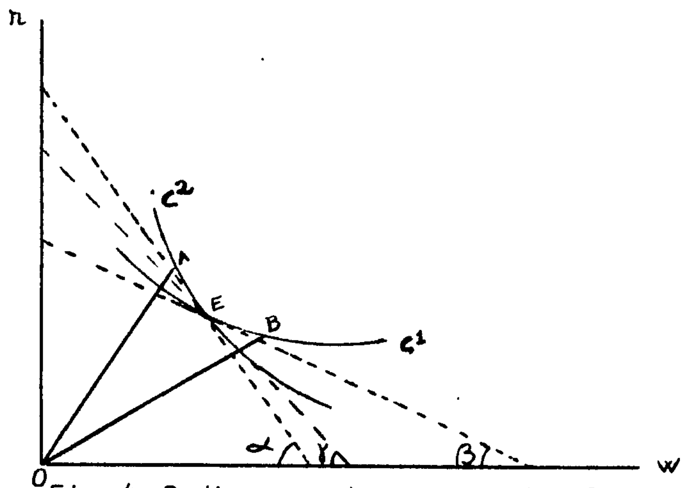


Fig. 4: O diagrama dos preços dos factores, o cone de diversificação e a igualização dos preços dos factores.

As inclinações das duas isopreço no ponto E dão-nos o rácio trabalho-capital por unidade de produto, $-\frac{a_{L1}}{a_{K1}}$ e $-\frac{a_{L2}}{a_{K2}}$, ou seja as tangentes dos ângulos β e α.

Para que as duas mercadorias sejam produzidas e haja pleno emprego dos factores é necessário que a dotação relativa em capital e trabalho seja uma média ponderada das intensidades factoriais nas duas indústrias, ou seja, é necessário que, em valores absolutos $\operatorname{tg}\beta < \operatorname{tg}\gamma < \operatorname{tg}\alpha$, o que equivale a $\frac{a_{L1}}{a_{K1}} < \frac{a_L}{a_K} < \frac{a_{L2}}{a_{K2}}$. Noutros termos, a indústria 2 é trabalho-intensiva relativamente a 1 e o rácio trabalho-capital de qualquer dos sectores nunca coincide com o rácio trabalho-capital global.

(1) Ver a derivação do diagrama no Anexo II.

Se o rácio L/K, ou $\frac{a_L}{a_K}$, para o conjunto da economia fosse maior que o rácio L_2/K_2, ou $\frac{a_{L2}}{a_{K2}}$, só se produzia Q_2 para haver pleno emprego dos factores. Se a recta cuja inclinação nos dá a dotação relativa for tangente, por exemplo, a $c^2(r,w)$ no ponto A, aí seria tangente, também, a recta que nos daria $\frac{a_{L2}}{a_{K2}}$, ou seja, coincidiriam. Para os preços dos factores dados pelo ponto de equilibrio A tínhamos $c^1(r,w) > P_1$ e Q_1 não se produzia (Note-se que c^1 fica abaixo do ponto A e á medida que nos afastamos da origem o custo por unidade de Q_1 aumenta: um custo maior por unidade de Q_1 desloca proporcionalmente a curva c^1 para cima e um custo menor proporcionalmente para baixo). Se o rácio L/K, ou $\frac{a_L}{a_K}$, fosse menor que $\frac{L_1}{K_1}$, ou $\frac{a_{L1}}{a_{K1}}$, só se produzia Q_1 e o ponto de equilibrio seria algures em B (onde as tangentes que nos dão $\frac{a_L}{a_K}$ e $\frac{a_{L1}}{a_{K1}}$ são idênticas) cujas coordenadas nos dão os preços dos factores de equilibrio. Também agora temos $c^2(r,w) > P_2$ e Q_2 não se produzia.

Podemos traçar, assim, o cone de diversificação AOB, no interior do qual ambos os bens são produzidos e temos uma relação única entre preços dos bens e dos factores.

No caso de duas economias com idênticas tecnologias, o comércio levará à igualização dos preços relativos dos bens. Logo com a única diferença de escala podemos admitir que o diagrama da fig.4 é comum aos dois países. A única diferença fundamental vai estar na dotação relativa em factores, ou seja, haverá duas rectas diferentes com inclinações diferentes para darem a dotação factorial. Se ambas as rectas caíssem entre as rectas que nos dão a intensidade factorial de equilibrio (tangentes ás duas isopreço no ponto E) verificar-se-á a igualização dos preços dos factores em consequência da igualização dos preços relativos dos bens - os preços dos factores são localmente independentes das dotações de factores.

No entanto se as duas curvas não se interceptarem, a economia produz sòmente o bem que tem uma isopreço mais elevada (o conjunto admissível tem como fronteira a isopreço superior). Os preços dos factores são determinados pelo ponto da tangência entre a recta que dá a dotação relativa em factores e e a isopreço. Neste caso não há igualização dos preços dos factores.

Quando as duas curvas se interceptam mais do que uma vez é preciso ver qual o ponto de intercepção que verifica a propriedade da tangente da recta que dá a dotação relativa estar compreendida entre as tangentes que dão a intensidade factorial nas duas industrias. Neste caso só há igualização dos preços dos factores se nos dois países a recta da dotação relativa estiver no mesmo cone de diversificação.

3 - Os teoremas de Heckscher-Ohlin, de igualização dos preços dos factores e o fenómeno de reversibilidade

Se a classificação das mercadorias segundo a sua intensidade factorial não é igual para os dois países ou em termos de equilibrio, se as isoquantas Q_1 e Q_2 não admitem a tangência de uma única isocusto (possibilidade de equilibrios múltiplos) estamos perante o fenómeno da reversibilidade das intensidades factoriais: um bem pode ser capital-intensivo para um valor $^w/r$ de equilibrio elevado (país capital-abundante) e trabalho-intensivo para um valor $^w/r$ de equilibrio baixo (país trabalho-abundante).

Associado ao fenómeno da reversibilidade temos a existência de dois cones de diversificação conforme é ilustrado pela fig.5 (1)

(1) Uma função de produção onde pode ocorrer reversibilidade é a função de elasticidade de substituição constante (CES)(Cf.B.Minhas "The Homohypallagic Production Function, Factor-Intensity Reversals, and the Heckscher-Ohlin Theorem", Journal of Political Economy, vol 70, 1962, pp. 138-156). A função CES é do tipo $Q = \left[\delta L^{-B} + (1-\delta)K^{-B}\right]^{\frac{-1}{B}}$ e em que $\sigma = \frac{1}{1+B}$ nos dá a elasticiade de substituição. Considerando duas indústrias o caminho da expansão é-nos dado pela condição $(TMS_{KL})_1 = (TMS_{KL})_2 = \frac{w}{r}$ de onde tiramos $\frac{k_2}{k_1} = c\left(\frac{w}{r}\right)^{\sigma_2-\sigma_1}$, em que c é uma constante e $k_i = K_i/L_i$, $i = 1,2$. Assim, se $\sigma_2 = \sigma_1$, k_2/k_1 = constante e não há reversibilidade; se k_2/k_1 (>1) 2 é capital-intensiva e 1 trabalho-intensiva; se k_2/k_1 (<1) é o contrário. Se $\sigma_2 \neq \sigma_1$ $k_2/k_1 = f(^w/r)$ e ocorre a reversibilidade para $^w/r$ tal que $k_2/k_1 = 1$: se $\sigma_2 > \sigma_1$, k_2/k_1 é uma função crescente de $^w/r$; se $\sigma_2 < \sigma_1$ passa-se o fenómeno inverso.

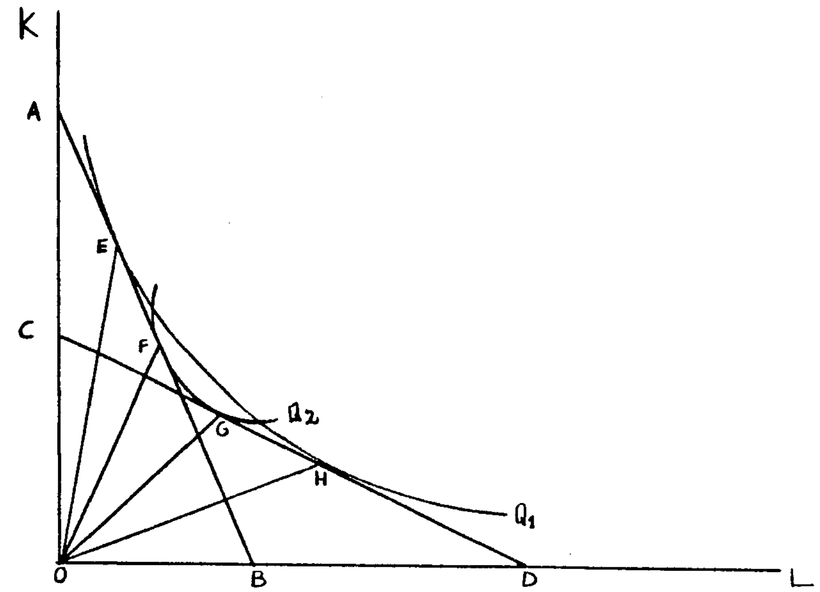


Fig.5 : O fenómeno da reversibilidade das intensidades factoriais e os teoremas de Heckscher-Ohlin e de igualização dos preços dos factores.

Devido ao facto das isoquantas se interceptarem mais do que uma vez há a possibilidade de duas isocustos serem tangentes às duas isoquantas, dando origem aos dois cones de diversificação EOF e GOH, não havendo uma relação única entre $^{P}1/P_2$ e $^{W}/r$: para preços relativos dos factores dados pela inclinação de AB, 1 é capital-intensiva e 2 trabalho-intensiva; para preços relativos dos factores dados pela inclinação de CD (ou seja remunerações do trabalho relativamente mais baixas) 1 é trabalho-intensiva e 2 capital-intensiva.

Se os raios vectores das dotações relativas caírem num dos dois cones, as mercadorias podem ser classificadas inequivocamente segundo a sua intensidade factorial para ambos os países e $^{W}/r$ é comum: apesar das intensidades factoriais serem reversíveis, verificam-se os teoremas de Heckscher-Ohlin e de igualização dos preços dos factores. Se os raios vectores das dotações relativas caírem em cones diferentes os dois países utilizarão técnicas diferentes e após o comércio continuarão a ter preços dos factores diferentes: <u>não se verifica o teorema de igualização dos preços dos factores e um dos países viola o teorema de Heckscher-Ohlin.</u>

Assim, <u>em geral, os preços dos factores não são independentes das dotações relativas dos países. Só são independentes localmente (1) dentro do mesmo cone de diversificação, ou seja, quando as dotações de factores são semelhantes.</u>

---

(1) Cf., R.Jones and J. Neary, "The Positive Theory of International Trade", in R.Jones and P. Kenen (eds.), <u>Handbook of International Economics</u>, vol.1, 1984, p.4

4 - O teorema de Stolper-Samuelson

O teorema estabelece que o aumento do preço de um bem aumenta a remuneração real do factor utilizado intensivamente na sua produção e diminui a remuneração real do outro factor, considerando que a oferta de factores se mantém constante. Assim, um direito aduaneiro sobre o bem de importação beneficia o factor escasso no país o qual é o único interessado em medidas proteccionistas.

Utilizando o diagrama de Lerner, temos:

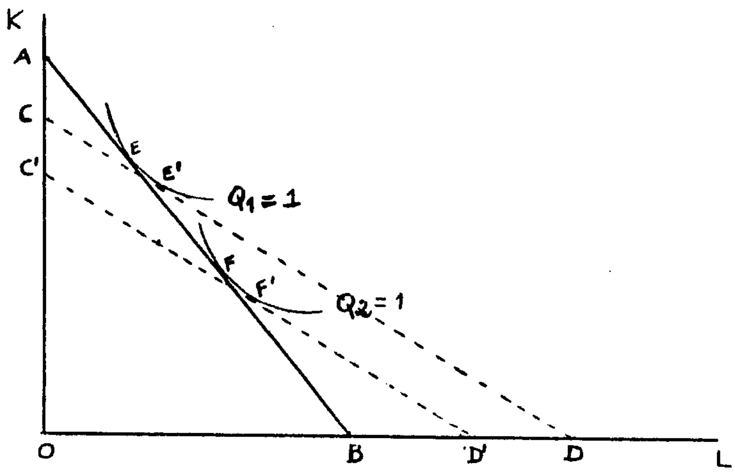


Fig.6 : O teorema de Stolper-Samuelson

Na situação inicial de equilibrio tínhamos $P_1 = P_2 = OAr = OBw$ e a remuneração real dos factores dada por $\frac{r}{P_1} = \frac{r}{P_2} = \frac{1}{OA}$ e $\frac{w}{P_1} = \frac{w}{P_2} = \frac{1}{OB}$. Quando o preço do bem capital-intensivo sobe relativamente ao preço do bem trabalho-intensivo, ou seja, $\frac{P_1}{P_2} = \frac{OC}{OC'} = \frac{OD}{OD'}$ sobe, isso é acompanhado pelo aumento do preço do factor capital relativamente ao preço do factor trabalho, ou seja, $\frac{r}{w}$ aumenta. E em termos de produtividade marginal física ou remuneração real dos factores temos:

- para o factor trabalho, na indústria 1 , $\frac{w}{P_1} = \frac{1}{OD}$ e na indústria 2 , $\frac{w}{P_2} = \frac{1}{OD'}$

logo houve diminuição da produtividade marginal física em termos das duas mercadorias e logo diminuição da remuneração real do factor trabalho;

- para o capital temos: em termos do produto 1 $\frac{r}{P_1} = \frac{1}{OC}$ e em termos do bem 2, $\frac{r}{P_2} = \frac{1}{OC'}$, logo a remuneração real do capital aumentou.

Utilizando o diagrama dos preços dos factores, temos:

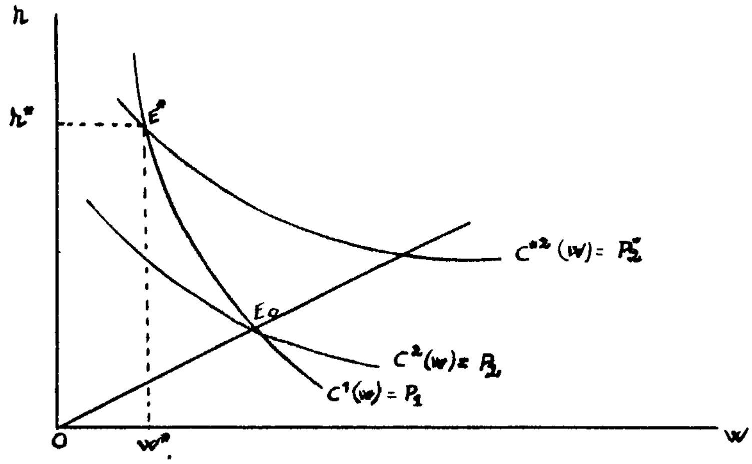


Fig. 7 : O teorema de Stolper-Samuelson

Supondo que o preço de 1 se mantém e que há uma alteração no preço de 2 temos que a solução de equilibrio se desloca de Eo para E^*. Como a inclinação do raio vector OEo dá $(r/w)_0$ a inclinação de OE^* dá-nos $(r/w)^*$. Temos assim que $^r/_w$ aumentou com subida de r e diminuição de w. Como a função de custo unitário é homogénea de grau um nos preços dos factores temos que o r que corresponde ao ponto de intersecção do raio vector OEo com P_2^* reflectiria um aumento proporcional ao verificado em P_2. Como r^* é superior, o aumento em r foi mais que proporcional ao verificado em P_2 e, por isso, a remuneração real do capital subiu. Como P_1 se manteve constante e w diminuiu, diminuiu, também, a sua remuneração real. Como a inclinação das isopreço nos dão o rácio trabalho-capital, 2 é capital-intensiva relativamente a 1. O teorema de Stolper-Samuelson está demonstrado.

5. - O teorema de Rybczynski

A sua representação geométrica baseia-se na formulação em termos de variações absolutas (e não percentuais) tal como foi apresentada por Rybczynski (1): mantendo-se os preços dos bens constantes, o aumento da oferta de um factor conduz ao aumento absoluto da produção do bem que utiliza intensivamente esse

(1) T.Rybczynski, "Factor Endowment and Relative Commodity Prices", Economica, vol.22, 1955, pp. 336-341.

factor á custa da diminuição da produção do outro bem que utiliza esse factor de forma menos intensiva.

O teorema de Rybczynski pode ser ilustrado geométricamente através do deslocamento deformado da curva fronteira de possibilidades de produção, conforme fig. 8, ou através do diagrama de Edgeworth, conforme faz o próprio Rybczynski (fig. 9).

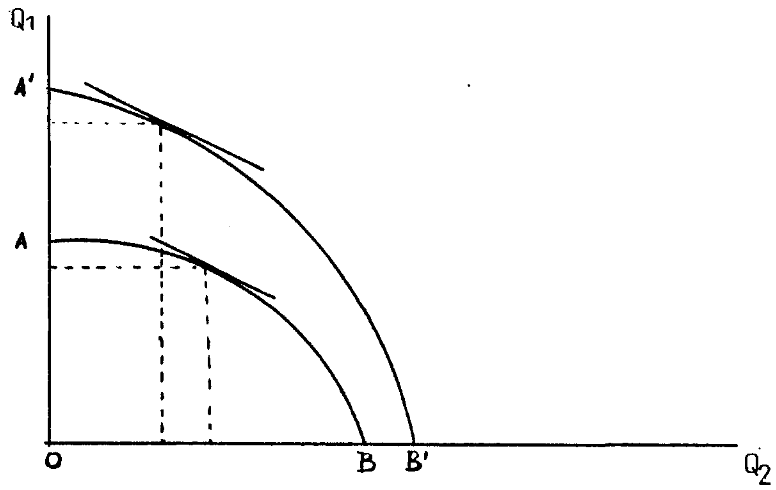


Fig. 8 . O teorema de Rybczynski

O aumento na dotação de capital provocou um deslocamento da curva fronteira de produção de forma mais acentuada ao longo do eixo que representa a quantidade produzida do bem capital-intensivo. Para preços constantes dos bens, a produção de 1 aumenta e a de 2 diminui.

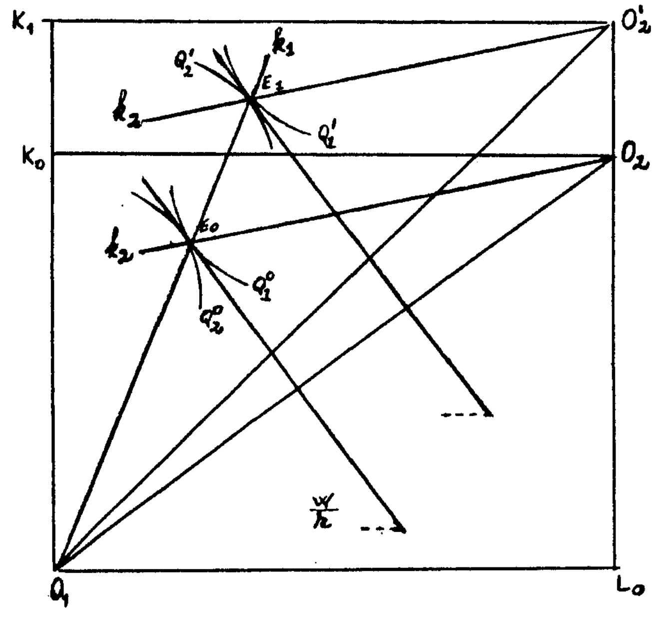


Fig. 9 : O teorema de Rybczynski

K_o e L_o representam a dotação inicial de factores. Como $\frac{K}{L} = k_1 \frac{L_1}{L} + k_2 \frac{L_2}{L}$, se há um aumento de K_o para K_1 com L_o constante, temos que $\frac{L_1}{L}$ aumenta e $\frac{L_2}{L}$ diminui, o que é traduzido pela passagem do ponto E_o da curva de máxima eficiência inicial para o ponto E_1 da nova curva da máxima eficiência. Como os preços dos bens se mantêm constantes, por hipótese, e considerando que o novo vector da dotação relativa caia dentro do cone de diversificação, temos que os preços relativos dos factores e as técnicas não se alteram (as técnicas são dadas pelas inclinações das rectas 0_1k_1 e 0_2k_2 e os preços relativos dos factores pela inclinação das rectas, paralelas, tangentes aos pontos de equilibrio E_o e E_1). Como a curva de máxima eficiência está acima da diagonal o bem 1 é capital-intensivo e 2 trabalho-intensivo. A passagem do ponto de equilibrio de E_o para E_1 levou ao aumento de produção do bem capital-intensivo (isoquanta de nível superior) e á diminuição da produção do bem 2, trabalho-intensivo.

ANEXO II - O diagrama dos preços dos factores

Consideremos o bem J e a função de produção $Q_j = f(x)$ sendo $x = (x_1,...,x_n)$ o vector dos inputs ou factores. Se dividirmos x por Q_j temos o vector a dos inputs por unidade de produto, ou vector dos coeficientes técnicos, com $a = (a_1,...,a_n)$ e $f(a) = 1$.

Se a função de produção f(x) for homogénea de grau um, côncava e contínua, a função de custo dual, $C(w, Q_j)$ e a função de custo unitário, $c(w) \equiv \min_a \{ w.A : f(a) \geqslant 1, a \geqslant 0 \}$, são homogéneas de grau um em w, côncavas em w e contínuas. (1)

Por outro lado, devido ao lema de Shephard, a escolha óptima dos coeficientes técnicos, considerados função dos preços dos factores, é dada pelas derivadas parciais da função de custo unitário, ou seja, $a(w) = \partial c(w)/\partial w$ que traduz a procura unitária de factores. Em termos gerais a procura de factores $x(w,Q) = \partial C(w,Q)/\partial w$.

Como $c(w) = C(w,Q)/Q$ é o custo médio mínimo e no mínimo o custo médio é igual ao custo marginal, temos que c(w) nos dá o custo marginal que em equilibrio de concorrências perfeita é igual ao preço. Como, ainda, a resolução do problema de minimização do custo por unidade de produto nos dá a escolha óptima dos coeficientes técnicos que para diferentes valores dos preços dos factores permite minimizar o custo dessa unidade de produto temos que a isocusto ou isopreço $c^j(w) = P_j$ nos dá para o caso do modelo simples a dois factores, o lugar geométrico das diferentes combinações dos preços dos factores para as quais o custo unitário de produção é sempre mínimo, ou para as quais o lucro extraordinário é nulo (pois o custo marginal é igual ao preço). Matematicamente temos:

$$dc\,(w_1, w_2) = \frac{\partial c\,(w_1, w_2)}{\partial w_1}\, dw_1 + \frac{\partial c(w_1, w_2)}{\partial w_2}\, dw_2 = 0$$

$$\frac{dw_2}{dw_1} = - \frac{\dfrac{\partial c(w_1, w_2)}{\partial w_1}}{\dfrac{\partial c(w_1, w_2)}{\partial w_2}} = - \frac{a_1\,(w)}{a_2\,(w)}$$

Se considerarmos a função custo total mínimo temos:

---

(1) Cf., R.Shephard, Cost and Production Functions, 1953 e R.Shephard, Theory of Cost and Production Functions, 1970; W. Diewert, "Applications of Duality Theory", in M. Intriligator and D. Kendrick (eds.), Frontiers of Quantitative Economics, vol. III, 1974, pp. 106-171.

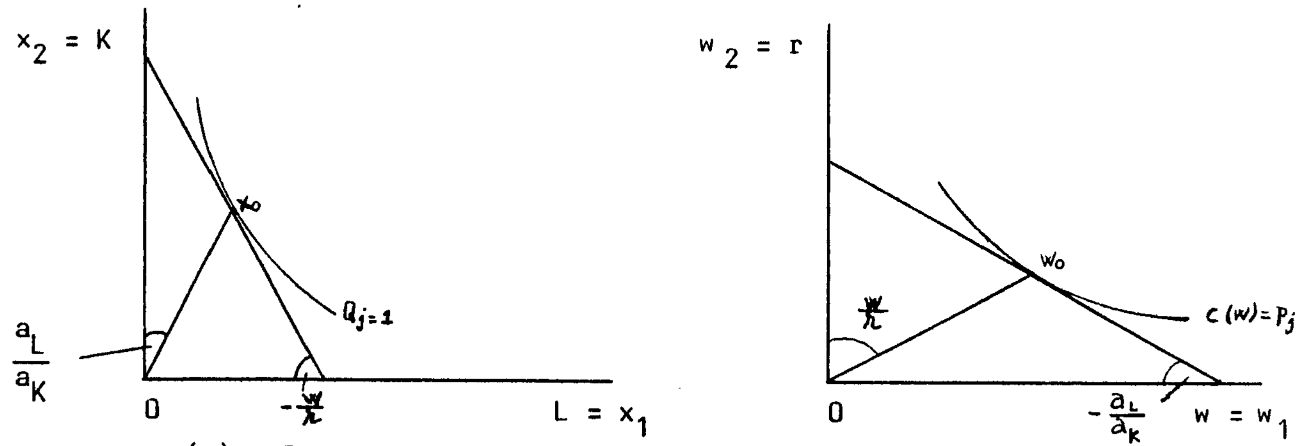
$$\frac{dw_2}{dw_1} = - \frac{\dfrac{\partial C(w_1, w_2, Q)}{\partial w_1}}{\dfrac{\partial C(w_1, w_2, Q)}{\partial w_2}} = - \frac{x_1\,(w_1, w_2, Q)}{x_2\,(w_1, w_2, Q)}$$

ou seja, a inclinação da isopreço dá-nos a intensidade factorial.

Note-se que a inclinação da isoquanta é dada por:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\dfrac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\dfrac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}} = - \frac{w_1}{w_2}$$

pelo que facilmente se vê a relação dual entre a função de produção e a função custo e como a partir de uma se pode derivar a outra. Geometricamente temos:



(a) Isoquanta (b) Isopreço

Figura 1: Relação dual entre a função de produção e a função custo

À medida que o ponto de equilibrio se desloca para a direita ao longo da isoquanta, o ponto w_0, dual, desloca-se para a esquerda ao longo da isopreço.

Isto é assim porque o movimento de x_0 para a direita corresponde à substituição de capital por trabalho, ou seja, à utilização de técnicas mais trabalho-intensivas com a consequente diminuição da produtividade marginal do trabalho e aumento da produtividade marginal do capital (a taxa marginal de substituição técnica é decrescente, ou seja, $TMST_K$ por $L = -\frac{d_K}{d_L} = \frac{\text{Produtividade Marginal do Trabalho}}{\text{Produtividade Marginal do Capital}} = \frac{w}{r}$), logo aumento de r/w ou diminuição de w/r e deslocamento de w_0 para a esquerda.

A curvatura da isocusto tem uma relação inversa com a curvatura da isoquanta. Utilizando a elasticidade de substituição como indice de curvatura, McFadden (1) demonstra que a elasticidade de substituição $\sigma(Q,x_0) = \frac{-\,d\ln(x_0^2/x_0^1)}{d\ln(w_0^2/w_0^1)}$ para Q = 1 e o indice de curvatura da fronteira dos preços dos factores (isopreço),

$$\rho\,(Q,\ W_0) = \frac{-d\ln\,(w_0^2/w_0^1)}{d\ln\,(x_0^2/x_0^1)}$$

para c(w) = 1, têm uma relação inversa, ou seja, $\rho\,(Q,w_0) = 1/\sigma(Q,x_0)$. Assim, uma isoquanta com elasticidade de substituição unitária (COBB-DOUGLAS) tem uma isopreço dual com um indice de curvatura unitário e são geométricamente iguais. À Função linear cuja isoquanta tem elasticidade de substituição infinita, corresponde-lhe uma isopreço unitária com $\rho\,(Q,w_0) = 0$, ou seja, uma curva em forma de "ele" igual à isoquanta da função de produção de Leontief. À isoquanta da função de produção de Leontief que tem elasticidade de substituição nula, corresponde uma curva de custo unitário com $\rho(Q,w_0) = \infty$, ou seja, a função custo é uma função linear em w. Assim, quanto mais cavada, mais pronunciada, for a convexidade da isoquanta (quanto menor a sua elasticidade de substituição) menos pronunciada será a curvatura da curva de custo unitário.

Note-se que quando a função custo é linear quaisquer que sejam os preços relativos dos factores a intensidade factorial é sempre a mesma. Como o modelo neoclássico de base pressupõe uma relação monótona entre intensidade factorial e preços relativos dos factores, ou seja, $\frac{x_2}{x_1} = f\left(\frac{w_1}{w_2}\right)$ é crescente (o aumento do preço relativo de um factor leva à adopção de uma técnica menos intensiva nesse factor), isso leva, geralmente, a considerar curvas de isopreço e não rectas (a função custo linear é, também, côncava em w porque é duplamente côncava e convexa). A convexidade em relação á origem reflecte os custos de oportunidade crescentes. Por outro lado, se consideramos o pleno emprego de todos os factores, w será estritamente positivo e a isopreço nunca tocará os eixos.

---

(1) D.Mcfadden, "Cost, Revenue, and Profit Functions" in M.Fuss and D.Mcfadden (eds.), Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications, North-Holland, 1978, pp.3-109.

Consideremos agora dois bens 1 e 2 e as correspondentes curvas de de isocusto ou isopreço $c^1(r,w) = P_1$ e $c^2(r,w) = P_2$ com P_1 e P_2 constantes representando o preço de uma unidade de 1 e de 2 respectivamente. Considere mos, também, a restrição $c^j(r,w) \geqslant P_j$ significando que se $c^j(r,w) > P_j$ o be não será produzido. Desta forma como $c^1(r,w)$ e $c^2(r,w)$ são funções côncavas e crescentes nos preços dos factores, cada restrição define um conjunto convexo e o conjunto admissível resulta da intercepção destes dois conjuntos, conform figura 2.

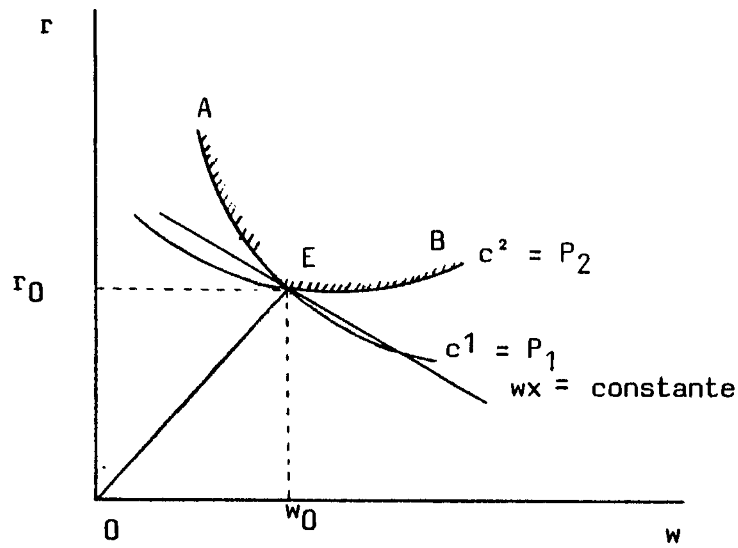


Figura 2 : Diagrama dos preços dos factores

A curva AEB é a fronteira do conjunto admissível, ou <u>fronteira dos preços dos factores</u> para o conjunto da economia (neste caso dois sectores só) O ponto da intersecção E determina os preços dos factores r_0, w_0 (e logo o pre ço relativo dos factores dado pela inclinação do raio vector OE) para os quai é possível a produção dos dois bens aos preços P_1 e P_2.

Como para o conjunto da economia o problema que se põe é de minimizar o custo total dos factores primários, wx, (ou seja, encontrar um vector w que minimize esta função custo total linear) considerando a restrição do custo unitário não ser inferior ao preço, $c^j(w) \geqslant P_j$, ou seja:

$$R(P,x) \equiv \min_w \left\{ wx : c^j(w) \geqslant P_j, \quad w > 0 \right\}$$

Certamente que ao ponto E será tangente uma paralela que representa a função objectivo.

ANEXO III - Relação entre os preços relativos dos bens e dos factores e entre os preços relativos dos factores e as proporções dos factores: O diagrama de Lerner

Considerando que há pleno emprego dos factores e que os preços e a função de produção lhe são impostos o problema para o produtor é escolher a combinação ou proporção óptima dos factores de molde a maximizar a sua função lucro, $\Pi = P.F\ (K,L) - (wL + rK)$. As condições de primeira ordem para a ocorrência do máximo são: (1)

$$\partial\Pi/\partial L = P.\ (\partial F/\partial L) - W = 0,\ \partial\Pi/\partial K = P.\ (\partial F/\partial K) - r = 0,$$

de onde se tira $W = P.\ \partial F/\partial L$ e $r = P.\ \partial F/\partial k$, ou seja, o valor dos produtos marginais dos factores iguala os seus preços. Por outro lado $\frac{w}{r} = \frac{F'_L}{F'_K}$.

Considerando que a função de produção de homogeneidade linear pode ser representada por uma única isoquanta unitária (2) e que a inclinação desta é dada por $\frac{-dK}{dL} = \frac{F'_L}{F'_K}$ (3), que é igual à inclinação da isocusto, temos a seguinte representação geométrica do equilibrio:

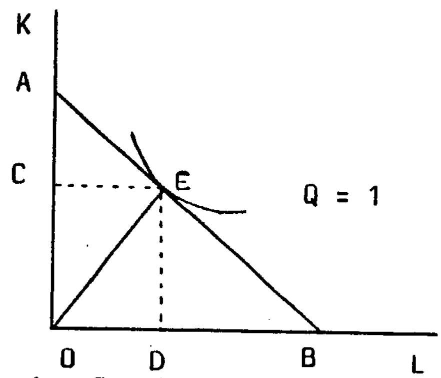


Figura 1 : Equilibrio na produção

---

(1) Considera-se que a condição de segunda ordem, $\frac{\partial^2\Pi}{\partial L^2} \cdot \frac{\partial^2\Pi}{\partial K^2} > \left(\frac{\partial^2}{\partial L \partial K}\right)^2$ e $\frac{\partial^2\Pi}{\partial L^2}, \frac{\partial^2}{\partial K^2} < 0$ se verifica também.

(2) Uma das propriedades da função homogénea de grau um é a homoteticidade: o mapa de produção pode ser traçado a partir de uma isoquanta unitária porque o raio vector cortará as isoquantas em pontos de igual inclinação, só diferindo o nível de produção, que é medido pela distância das isoquantas em relação à origem.

(3)Como ao longo de uma isoquanta o nível de produção é constante, pode-se derivar a equação de uma isoquanta a partir da função de produção, considerando O diferencial total igual a zero. Assim, $dF = \frac{\partial F}{\partial K}.dk + \frac{\partial F}{\partial L}\,dl = 0$. De onde se tira,.- $\frac{dK}{dL} = \frac{\partial F/\partial L}{\partial F/\partial K}$. Ao valor absoluto de dK/dL dá-se o nome de taxa marginal de substituição técnica de K por L (TMSTK,L) que é decrescente reflectindo que a produtividade marginal é decrescente Isso é assegurado pela convexidade da isoquanta em relação à origem

O raio vector OE define o caminho de expansão em que se verifica a igualdade $TMST_{K,L} = -\frac{dK}{dL} = \frac{F'_L}{F'_K} = \frac{w}{r}$, atendendo a que se mantém constante a proporção de factores utilizada ($^K/_L$ constante) e logo, mantém-se as produtividades marginais dos factores (1).

Outra consequência importante da homogeneidade linear é a possibilidade de aplicação do teorema de EULER - a soma das derivadas parciais ponderadas pelas quantidades dos factores é igual ao produto vezes o grau de homogeneidade - ou seja, $\frac{\partial F}{\partial K} K + \frac{\partial F}{\partial L} L = F(K,L)$. Do ponto de vista económico significa que o lucro extraordinário é nulo porque a remuneração dos factores esgota o produto. (A remuneração dos factores é em termos reais, ou seja, $\frac{W}{P} = F'_L$ e $\frac{r}{P} = F'_K$).

Suponhamos agora a produção das duas mercadorias. Para que haja equilíbrio é necessário haver um vector de preços w = (w,r) tal que cada indústria maximize o seu lucro. Podemos traçar duas isoquantas unitárias e uma isocusto unitária, AB, de molde a que esta seja tangente às duas isoquantas, conforme figura 2.

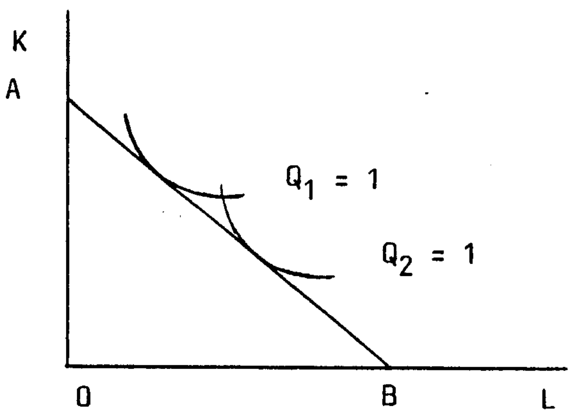


Figura 2: Produção de duas mercadorias numa situação de equilíbrio

A partir do mesmo diagrama vamos demonstrar a propriedade subjacente ao teorema de Heckscher-Ohlin e ao teorema de igualização dos preços dos facto-

(1) Devido à propriedade de homogeneidade linear temos $Q = F(bK, bL) = b^1 F(K,L)$. Fazendo $b = 1/L$ temos $F(K/L, 1) = Q/L$, ou seja $Q = L\ f(k)$, com $k = K/L$. de onde se tira $\frac{\partial Q}{\partial L} = f(k) - k\,f'(k)$ e $\frac{\partial Q}{\partial K} = f'(k)$

res, ou seja, a relação unívoca entre preços dos factores e preços dos bens. Esta relação é mediatizada através da relação entre a intensidade factorial, ou proporção dos factores requerida em cada indústria (k_i) e o preço relativo dos factores ($^W/r$): $^{dK}i/d(^W/r) > 0$ (1).

Isto é assim no caso de não reversibilidade das intensidades factoriais. Consideremos a figura 3:

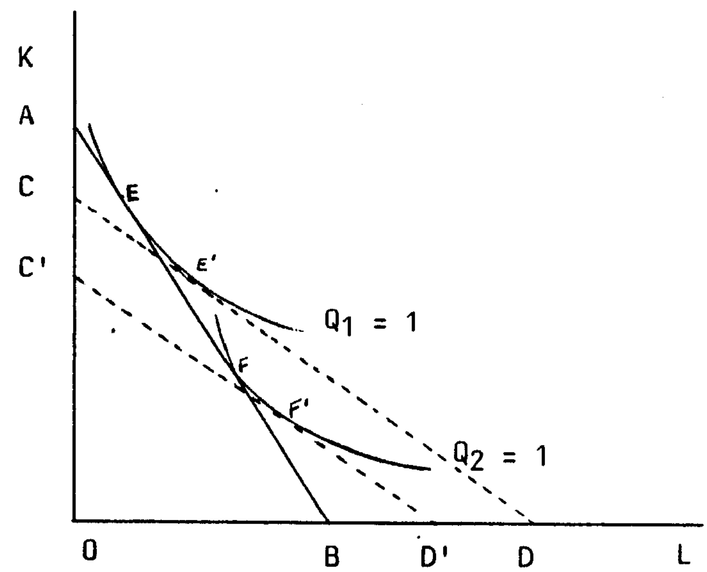


Figura 3: Diagrama de LERNER

Como vimos anteriormente P. F'_L = W e P.F'_K = r, logo P = $^W/F'_L$ = $^r/F'_K$, P = OA.r = OB.W (2). Como as duas isoquantas são tangentes à mesma isocusto temos $P_1 = P_2$ e $^{P}1/P_2 = 1$.

Se traçarmos os raios vectores OE e OF, as suas inclinações dão-nos as proporções de factores (intensidade capitalística) requeridas para a produção dos bens 1 e 2 em equilibrio: são as proporções de factores óptimas para aquele nível dos preços relativos dos factores e a esse nível o produto 1 é capital-intensivo e 2 trabalho intensivo.

Suponhamos que $^W/r$ diminui, o que é traduzido pela nova isocusto CD com inclinação inferior. Como o capital se torna mais caro relativamente ao trabalho os produtores vão substitui-lo por trabalho, tornando-se ambos

(1) Cf., M.Chacholiades, International Trade Theory and Policy, McGraw-Hill, 1978, pp.118-124 e Duc-Loi Phan, Le Commerce International, Economica, 1980 pp.25-28

(2) A partir do teorema de EULER temos $L.F'_L + K.F'_K = Q$, ou em termos da figura 1, $OD.F'_L + OCF'_K = 1$. Como $\frac{OA}{OB} = \frac{DE}{DB}$ nos dá a inclinação comum da isocusto e da isoquanta, temos $\frac{DE}{DB} = \frac{F'_L}{F'_K}$, $F'_K = \frac{DB}{DE} F'_L$. Substituindo encontramos $F'_L = \frac{1}{OB}$, $F'_K = \frac{1}{OA}$

os produtos menos capital-intensivos - o que se traduz pela passagem dos pontos de tangência para E' e F' - mas continuando 1 a ser capital-intensivo relativamente a 2. Nesta situação não se verifica o fenómeno da reversibilidade: para todos os preços relativos dos factores a classificação das mercadorias segundo a sua intensidade factorial é inequívoca.

Supondo que o nível de produção se mantém os preços são-nos dados agora por $OC.r = OD.w = P_1$ e $OC' . r = OD'.w = P_2$, sendo agora ${}^{P}1/P_2 > 1$, ou seja, o preço do bem capital-intensivo subiu relativamente ao preço do bem trabalho--intensivo, verificando-se a relação única e crescente entre ${}^{r}/w$ e ${}^{P}1/P_2$ (Neste caso $k_1 > k_2$).

O processo que levou à alteração dos preços relativos dos produtos pode ser descrito da seguinte forma: quando ${}^{w}/r$ diminui os produtores desejam substituir capital por trabalho; esta procura adicional de trabalho só é satisfeita se a produção do bem trabalho-intensivo, 2, diminuir de forma a libertar as unidades de trabalho necessárias, visto a oferta de factores ser inelástica, por hipótese. Em contrapartida a produção do bem capital-intensivo, 1, expandir-se-á. Como a produtividade marginal dos factores é decrescente, a indústria 2 ao utilizar unidades adicionais de trabalho provenientes do outro sector suporta custos adicionais (hipótese de custos de oportunidade crescentes que se traduz numa curva fronteira de possibilidades de produção côncava em relação à origem) relativamente à indústria 1. Como o custo de oportunidade de 1 em termos de 2 ou taxa marginal de transformação de 1 em termos de 2 - que nos é dada pela inclinação absoluta da curva de possibilidade de produção $-\frac{dQ_2}{dQ_1}$ - é igual ao rácio dos custos marginais, ou seja, $-\frac{dQ_2}{dQ_1} = \frac{CM_g1}{CM_g2}$; como, também, em concorrência perfeita os preços são iguais aos custos marginais, podemos assim escrever a seguinte relação:

$-\frac{dQ_2}{dQ_1} = \frac{CM_g1}{CM_g2} = \frac{P_1}{P_2}$ (1). Concluimos, pois, da seguinte forma: a diminuição do preço do trabalho relativamente ao capital, leva as indústrias a tornarem-se mais trabalho-intensivas, o que tem como consequência (devido à hipótese de oferta limitada dos factores) reduzir a produção do bem trabalho-intensivo e aumentar a produção do bem capital-intensivo. Devido á hipótese de custos

(1) Cf., M. Chacholiades, op.cit., pp. 105-117

de oportunidade crescentes o preço do bem trabalho-intensivo diminui relativamente ao preço do bem capital-intensivo.

Assim, sob a hipótese de não reversibilidade das intensidades factoriais, constatamos uma relação unívoca entre os preços relativos dos factores e a proporção de factores nas duas indústrias - $d\,k_i / d\,(^w/r)$ (> 0) - e entre os preços relativos dos factores e os preços relativos dos bens - $d\,(^{P}2/P_1)$ / $/d\,(^w/r)$ (>0), com $k_1 > k_2$.

Estas duas propriedades são geralmente apresentadas através do seguinte diagrama (1).

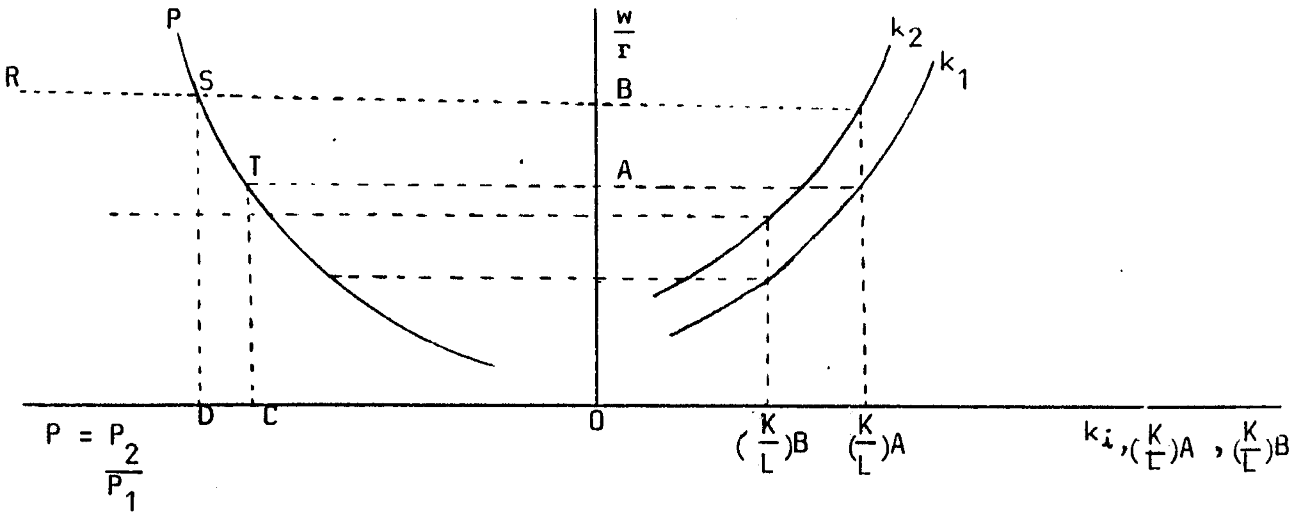


Figura 4: Relação entre preços relativos dos bens, preços relativos dos factores e proporção de factores

Neste diagrama as duas definições de abundância relativa de factores possibilitam a mesma conclusão $(\frac{w}{r})A > (\frac{w}{r})B$, $(\frac{P_2}{P_1})A > (\frac{P_2}{P_1})B$ e $(\frac{K}{L})A > (\frac{K}{L})B$, $(\frac{P_2}{P_1})A > (\frac{P_2}{P_1})B$. Se $^w/r$ aumenta, aumenta k_1 e k_2. Se $^w/r$ aumenta, aumenta P_1/P_2 porque o bem 2, é trabalho-intensivo.

(1) Cf., R.Batra, Studies in the Pure Theory of International Trade, MacMillan 1973, pp.28-31 e J. Bhagwati and T.Srinivasan, Lectures on International Trade The MITT Press, 1983, pp.60-62. M.Chacholiades, op.cit., 1978, pp.246-254 faz a prova matemática da curva P ser negativamente inclinada quando $k_2 > k_1$ (Se $k_1 > k_2$ a curva P_2/P_1 seria positivamente inclinada).

Se $(\frac{P_2}{P_1})A > (\frac{P_2}{P_1})B$ então $k_1^A > k_1^B$ e $k_2^A > k_2^B$. Como $(\frac{K}{L})A$ é uma média ponderada de k_1^A e k_2^A o mesmo sucedendo para B então $(K/L)_A > (K/L)_B$ o que permite ver que há uma tripla relação entre preços relativos autárcicos, proporções de factores e dotação de factores.

Como $k_i^A > k_i^B$ e como $k_1^A > k_2^A$, o país A que é abundante em capital teria vantagem comparativa na produção do bem Q_1 o que está de acordo com a relação $(\frac{P_1}{P_2})A < (\frac{P_1}{P_2})B$. Deste modo ordenar os bens segundo o rácio capital-trabalho ($k_1 > k_2$) é ordená-los segundo a vantagem comparativa (o bem 1 tem um custo relativo mais baixo no país abundante em capital).

A figura 4 permite-nos também ver quais os intervalos de variação dos preços relativos dos factores e dos produtos. $\frac{K}{L} = k_1 \frac{L_1}{L} + k_2 \frac{L_2}{L}$. No país A se w/r fosse superior a OB, k_1 e k_2 seriam ambos superiores a K/L o que é impossível porque $\frac{L_1}{L} + \frac{L_2}{L} = 1$. Se w/r fosse inferior a OA tínhamos k_1 e k_2 inferiores a K/L o que contraria a identidade. No limite quando $^w/r$ = OB, K/L = k_2 e só se produz 2 e quando w/r = OA, K/L = k_1 e só se produz 1 . Assim, w/r $\in$ [OA, OB]. Quanto aos preços relativos dos produtos não existe a restrição a um intervalo fechado - no país A pode assumir qualquer valor da curva RSTA embora só no intervalo aberto]C,D [haja especialização imcompleta. Isto é assim porque se para valores de P_2/P_1 = OC o país A só produz 1. Podemos admitir que para valores superiores de P_1 continuará, por maioria de razão a produzir só 1 até ao limite em que P_2/P_1 tende para zero (ramo TA). Do mesmo modo para valores de P_2/P_1 iguais ou superiores a OD o paísA só produz 2 até ao limite em que P_2/P_1 tende para infinito (ramo RS).

BILIOGRAFIA

BATRA, Raveendra N., *Studies in the Pure Theory of International Trade*, Macmillan Press, 1973, pp. 350.

BHAGWATI, J.N., The Proofs of the Theorems on Comparative Advantage", *Economic Journal*, vol.77, 1967, pp.75-83.

BHAGWATI, J. and **SRINIVASAN**, T.N., *Lectures on International Trade*, Cambridge, Massachusetts, The Mit Press, 1983, pp.413.

CHACHOLIADES, Miltiades, *International Trade Theory and Policy*, McGraw-Hill, 1978 (1ª ed. 1973), pp.614.

DIEWERT,W.E.,"Applications of Duality Theory", in M.Intriligator and Kendrick (eds.), vol.III, 1974, pp.106-171.

FUSS, M and **McFADDEN**, D, (eds.) *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications*, North-Holland, 1978, 2 vols., pp.482 + pp.338.

INADA, Ken-Ichi, "A Note on the Heckscher-Ohlin Theorem", *Economic Record*, vol. 43, 1967, pp.88-96.

INTRILIGATOR, M. and **KENDRICK**, D., (eds.) *Frontiers of Quantitative Economics*, vol.III, North-Holland, 1974.

JONES, Ronald W., "Factor Proportions and the Heckscher-Ohlin Theorem", *Review of Economic Studies*, vol.24, 1956-57, pp.1-10.

JONES, R. and **NEARY**, J., "The Positive Theory of International Trade", in R.Jones and P.Kenen (eds.), *op.cit.*, pp.1-62.

JONES, R. and **KENEN**, P.B., (eds.), *Handbook of International Economics*, North-Holland, Amsterdam, 1984, Vol.I, pp.XXI + 623.

McFADDEN, Daniel, "Cost, Revenue, and Profit Functions" in M.Fuss and D.McFadden (eds.), 1978, pp.3-109.

MINHAS, Bagicha S., "The Homohypallagic Production Function, Factor-Intensity Reversals, and the Heckscher-Ohlin Theorem", *Journal of Political Economy*, vol.70, Nº2, 1962, pp.138-156.

PHAN, Duc-Loi, *Le Commerce International*, Paris, Economica, 1980, pp.323.

RYBCZYNSKI, T.M., "Factor Endowment and Relative Commodity Prices", *Economica*, vol.22, 1955, pp.336-341.

SAMUELSON, Paul A., "International Factor Price Equalisation Once Again", *Economic Journal*, vol.59, 1949, pp.181-197.

SHEPHARD, Ronald W., *Cost and Production Functions*, Princeton:Princeton University Press, 1953, pp.308.

SHEPHARD, R., *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton: Princeton University press, 1970, pp.308.